www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

JAARGANG 22, 1960, no. 2 blz. 37-68 Verschenen 16 juni 1960

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELEND TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUKTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

EEN RADARANTENNE MET SNEL DRAAIENDE BUNDEL

door F. VALSTER. 621.396.677.7:621.396.965.2

De aanzienlijke massa van de gebruikelijke radarantennes, en de windkrachten die op het grote oppervlak ervan werken, vormen een belemmering om de antenne zo snel te laten draaien als voor bepaalde doeleinden wenselijk is. Bij de hieronder beschreven constructie — volgens een principe dat afkomstig is van Rinehart — behoeft nog slechts een klein onderdeel te draaien, zodat men daarmee zonder bezwaar tot grote omwentelingssnelheden kan gaan.

Bij radar is het in bepaalde gevallen wenselijk, te werken met een *snel* draaiende bundel. Dit stuit echter bij de gebruikelijke antenneconstructies op moeilijkheden, wegens het grote traagheidsmoment van de roterende massa, die uit de combinatie van een primaire straler (dipool of hoorn) met een reflector of lens bestaat. Ook de wisselende windkrachten op de grote draaiende oppervlakken kunnen een storend effect veroorzaken.

Men heeft dan ook gezocht naar andere antenneconstructies, waarbij men geen grote systemen in hun geheel behoeft te laten draaien. Grondslag van de verschillende oplossingen die voor dit vraagstuk zijn gevonden, is de lens van Luneburg, die we aanstonds nader zullen bespreken. Om de invloed van de snelheid waarmee de bundel draait, op het radarbeeld na te gaan, hebben ook wij zulk een antenne geconstrueerd.

In het onderstaande geven we eerst een beschouwing over het gewenste toerental van een radarbundel, en daarna een beschrijving van de door ons gebruikte antenneconstructie en de ermee verkregen resultaten.

Redenen voor een hoog toerental van een radarbundel

Om twee redenen kan bij radar een hoog toerental van de bundel wenselijk zijn: ten eerste voor het goed weergeven van snel bewegende objecten, en ten tweede ter wille van de grote helderheid die het radarbeeld dan kan bereiken. We zullen deze redenen in het kort toelichten.

Goed weergeven van snel bewegende objecten

Als de bundel langzaam draait, legt een snel bewegend object in de omwentelingstijd van de bundel een zo lange weg af dat de radarecho ervan op het panoramascherm zich zichtbaar sprongsgewijs verplaatst. Zo'n voorthuppelende echo is moeilijk te onderscheiden van de altijd aanwezige grillige helderheidsvariaties die het gevolg zijn van ruis, en ook moeilijk te volgen wanneer er al vele vaste echo's zichtbaar zijn. Dit laatste was b.v. het geval bij een van onze radarinstallaties (voor korte afstand), waarmee de echo's van rijdende auto's in een straat slecht te volgen waren tussen de talrijke vaste echo's die de straat leverde.

Welke omwentelingssnelheid het gunstigst is, hangt af van de snelheid v waarmee het waar te nemen object beweegt, van de straal R van het gebied dat op het radarscherm wordt afgebeeld, en van de straal r van dit scherm (en eventueel van de diameter van de lichtstip). Noemt men de afstand waarover de echo van het object zich na één omwenteling van de bundel heeft verplaatst, d, dan geldt voor de omwentelingssnelheid N:

$$N = \frac{r}{R}\frac{v}{d}. \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

De maximale waarde van d waarbij de sprongsge-

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

wijze verplaatsing van de echo nog niet hinderlijk is, bedraagt ca. 0,25 mm. Heeft het scherm de gebruikelijke middellijn van 30 cm, dan volgt uit (1):

$$N = \frac{v}{6R} \text{ omw/s}, \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (2)$$

indien R is uitgedrukt in km en v in km/h. De betrekking (2) is, met R als parameter, grafisch uitgezet in *fig. 1*.

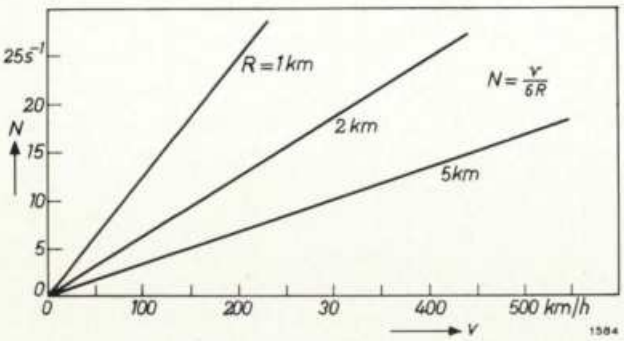


Fig. 1. Als functie van de snelheid v waarmee het object beweegt, is het toerental N van de bundel uitgezet waarbij op een radarscherm van 30 cm middellijn de echo zich 0,25 mm per omwenteling verplaatst. Parameter is de straal R van het afgebeelde gebied.

Radarbeeld van grote helderheid

In sommige gevallen stelt men prijs op een radarbeeld van zo grote helderheid dat het vertrek waarin men het beeld waarneemt, niet verduisterd behoeft te worden. Fosforen die deze helderheid leveren — en die b.v. in televisieweergeefbuizen worden gebruikt —, lichten echter zo kort na dat het radarbeeld vele malen per seconde moet worden geschreven, dus dat de bundel snel moet draaien. Gebruik van een televisieweergeefbuis voor radardoeleinden zou aan de omwentelingssnelheid van de bundel een benedengrens van 20 omw/s stellen.

Consequenties van een groot toerental voor de radarinstallatie

Een groot toerental van de bundel is overigens niet zonder gevolgen voor verschillende grootheden van de radarinstallatie. Naarmate de bundel sneller draait, moeten de objecten door meer impulsen per omwenteling worden afgetast opdat zwakke echo's nog goed te onderscheiden zijn van toevallige fluctuaties door ruis. Dit betekent dus dat een groot toerental van de bundel gepaard moet gaan met een hoge herhalingsfrequentie van de impulsen, wat echter bepaalde moeilijkheden voor de modulator kan meebrengen. Ook beperkt een hoge herhalingsfrequentie f de straal R van het bestreken gebied, aangezien er geen nieuwe impuls mag worden uitgezonden voordat van de laatste impuls de echo's zijn binnengekomen die van objecten op afstand R komen. Dit begrenst de straal R tot $c/2f$, waarin c de lichtsnelheid is.

De lens van Luneburg

Het is duidelijk dat omwentelingssnelheden van b.v. 10 omw/s bij kleine en 1 omw/s bij grote installaties met de gebruikelijke antennesystemen praktisch niet te verwezenlijken zijn — nog afgezien van het aanzienlijke vermogen dat ervoor nodig zou zijn.

Een oplossing van dit probleem biedt — in principe althans — een rotatiesymmetrische lens die de straling van de primaire straler op de juiste wijze bundelt. Alles wat er dan nog slechts behoeft te draaien (om de lens heen), is de primaire straler.

Een bekend voorbeeld van zo'n lens is de lens van Luneburg [1]). Dit is een bolvormige lens waarvan de brekingsindex n uitsluitend een functie van de afstand r tot het middelpunt is, en wel de volgende functie:

$$\left.\begin{aligned} n(r) &= \sqrt{2 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad \text{voor } r \leqq a, \\ n(r) &= 1 \qquad\qquad\quad \text{voor } r \geqq a. \end{aligned}\right\} \ . \ . \quad (3)$$

Hierin is a de straal van de lens. De brekingsindex verloopt dus continu van $\sqrt{2}$ in het middelpunt van de lens tot 1 aan het oppervlak ($r = a$). Deze lens heeft de eigenschap dat ieder punt O van zijn oppervlak wordt afgebeeld in het oneindige, in de richting diametraal tegenover O (*fig. 2*). Stralen die de lens vanuit O binnentreden, komen er dus als een evenwijdige bundel uit.

Een lens met een volgens (3) verlopende brekingsindex is natuurlijk heel moeilijk te maken, en voor zover wij weten, is men er ook nooit in geslaagd. De

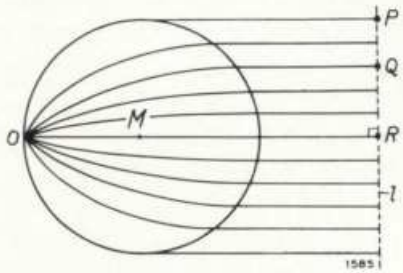


Fig. 2. De lens van Luneburg heeft de eigenschap dat hij ieder punt O van zijn oppervlak afbeeldt in het oneindige, in de richting diametraal tegenover O.

[1]) R. K. Luneburg, Mathematical theory of optics, Brown University Press, Providence (Rhode Island, V.S.A.) 1944, blz. 213.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

moeilijkheid wordt echter vermeden met een tweedimensioneel analogon van de lens (dat dus in een plat vlak bundelt), zoals Rinehart heeft aangegeven [2]), en dat later als één uit een serie lenzen is berekend door Toralda di Francia [3]). Ook onze lens is zulk een analogon.

Bekijken we nog eens fig. 2. Om van de bolvormige golffronten, die van O uitgaan, te komen tot vlakke golffronten l (loodrecht op het verlengde van de straal OM), moeten volgens de geometrische optica de stralen van O tot de rechte lijn l alle dezelfde optische lengte hebben. Dit is bij de lens van Luneburg het geval, doordat de stralen, naarmate ze geometrisch korter zijn, door een medium met grotere brekingsindex gaan. De stralen OP, OQ en OR zijn dus optisch even lang, d.w.z. de optische lengte

$$\int_O^l n \, ds$$

is onafhankelijk van de gevolgde weg.

Optisch even lange wegen tussen het punt O en de lijn l ontstaan eveneens indien men erin slaagt, de stralen zo te laten lopen dat ze geometrisch even lang zijn en geheel door een medium met $n = 1$ gaan; een medium met een volgens (3) veranderende brekingsindex is dan niet nodig. Dus in plaats van b.v. de stralen OQ en OR deels door een optisch dichter medium te laten gaan dan OP, laten we ze ieder een zodanige omweg maken dat OQ en OR dezelfde geometrische lengte als OP krijgen. Is langs alle stralen $n = 1$, dan zijn ze niet alleen geometrisch, maar ook optisch even lang en vormt l dus weer een golffront. Dit is echter alleen voor een bundeling in twee dimensies mogelijk, daar de derde dimensie nodig is voor de omweg.

De vorm van de antenne

In het voorgaande hebben we stilzwijgend ondersteld dat de voortplanting van de energie kan worden gebonden aan een gekromd oppervlak. Aannemend dat dit mogelijk is (we komen hierop aanstonds nog terug), zien we dat we van de lens, die ons uitgangspunt vormde, komen tot een soort golfgeleider, die eveneens de eigenschap heeft dat de cirkelvormige golffronten van een puntbron worden omgezet in rechtlijnige golffronten — met als voordeel boven de lens dat een medium waarvan de brekingsindex aan (3) voldoet, overbodig is geworden.

Het oppervlak van de golfgeleider moet aan de volgende eisen voldoen:

a) het moet rotatiesymmetrisch zijn, en

b) alle geodeten die van een punt aan de omtrek uitgaan, moeten vanaf dat punt tot aan een rechte lijn die loodrecht op het verlengde van de voerstraal van het punt staat, even lang zijn; deze lijn kunnen we opvatten als de antenneopening.

(Een geodeet is de kortste verbinding tussen twee punten op een oppervlak die op het oppervlak ligt, en volgens het principe van Fermat is dit dus de weg waarlangs de energie zich tussen die twee punten voortplant.)

Met behulp van de differentiaalmeetkunde zijn de oppervlakken te vinden die aan deze voorwaarden voldoen. *Fig. 3a* geeft een schematische afbeelding van zo'n oppervlak, fig. 3*b* een meridiaan ervan. De vergelijking van de meridiaan is het eenvoudigst met

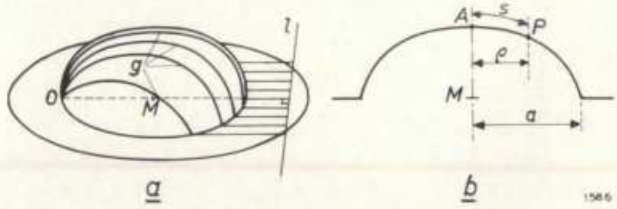


Fig. 3. *a*) Het afgebeelde hoedvormige oppervlak heeft de eigenschap dat alle geodeten g die het punt O met de rechte lijn l (loodrecht op OM) verbinden, even lang zijn. Ook is het rotatiesymmetrisch.
b) Meridiaan van het in (*a*) afgebeelde oppervlak.

de coördinaten ϱ en s, waarvan ϱ de afstand van een punt P tot de symmetrieas is, en s de lengte van het stuk meridiaan tussen P en de top A (fig. 3*b*). De vergelijking luidt dan (zie het in [2]) aangehaalde artikel van Rinehart):

$$s(\varrho) = \tfrac{1}{2}(\varrho + a \arcsin \varrho/a) \quad \text{voor } 0 \leqq \varrho \leqq a. \quad . \quad (4)$$

Voor $\varrho > a$ wordt het oppervlak gevormd door de aansluitende horizontale rand.

Een aanschouwelijke manier om het oppervlak te doen ontstaan

Alvorens in te gaan op de praktische uitvoering van de antenne, willen we een model bespreken waarmee men een oppervlak dat aan de genoemde eisen voldoet, op aanschouwelijke wijze kan doen ontstaan. Dit model kan bovendien bijdragen tot verduidelijking van het zojuist besprokene.

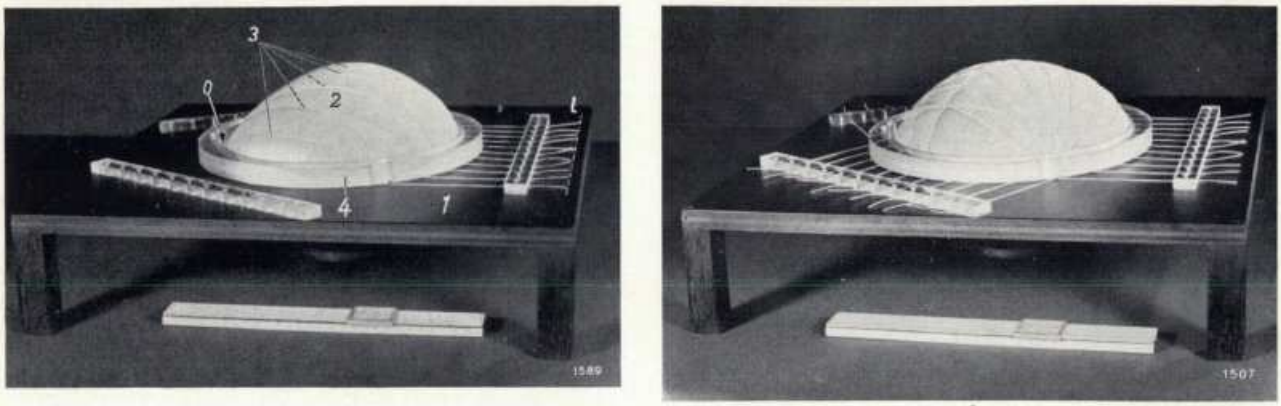
In *fig. 4a* is l een houten plank, waarin een cirkel-

[2]) R. F. Rinehart, A solution of the problem of rapid scanning for radar antennae, J. appl. Phys. **19**, 860-862, 1948. J. S. Hollis en M. W. Long, A Luneburg lens scanning system, Trans. Inst. Rad. Engrs. **AP-5**, 21-25, 1957 (no. 1). Voor een andere oplossing, zie G. D. M. Peeler en D. H. Archer, A two-dimensional microwave Luneburg lens, Trans. Inst. Rad. Engrs. **AP-1**, 12-23, 1953 (no. 1).

[3]) G. Toralda di Francia, A family of perfect configuration lenses of revolution, Optica Acta **1**, 157-163, 1954/55.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023



a *b*

Fig. 4. *a*) Model waarmee men op aanschouwelijke wijze een oppervlak kan doen ontstaan dat de eigenschap bezit dat alle geodeten tussen een punt *O* en een rechte lijn *l* (loodrecht op de straal van *O*) even lang zijn. *1* plank met cirkelvormig gat. *2* opgeblazen ballon. *3* touwtjes, die deels over de ballon, deels langs de plank lopen, en die vanaf het punt *O* tot aan de rechte *l* even lang zijn. *4* ring, waar de touwtjes vrij onderdoor kunnen schuiven en die ze vanaf de ballon tot aan *l* langs de plank doet lopen.
b) Om het verkregen oppervlak rotatiesymmetrisch te maken, zijn hier drie stellen touwtjes aangebracht.

vormig gat (straal *a*) is gezaagd. In dit gat is een ballon *2* bevestigd, die kan worden opgeblazen. Een aantal even lange touwtjes *3* zijn aan één zijde aan elkaar geknoopt, en dit knooppunt is bevestigd in een punt *O* van de omtrek van het gat. De nog vrije einden zijn vervolgens zodanig op de plank vastgemaakt dat ze op een rechte lijn *l* liggen die loodrecht staat op de straal van het punt *O* (de ballon was daarbij nog niet opgeblazen en de touwtjes lagen nog slap). Op de rand van het gat ligt een ring *4*, die zodanig is bevestigd dat de touwtjes er vrij onderdoor kunnen schuiven en tevens gedwongen worden, vanaf de ballon tot aan de rechte *l* langs de plank te lopen.

Blazen we nu de ballon op, dan worden de touwtjes gespannen. Ze gaan daarbij zo over de ballon schuiven dat deze zoveel mogelijk kan uitzetten; ze zoeken dus de kortste weg (het geodetische verloop) over de ballon. Is deze toestand bereikt, dan vormen de ballon en de plank samen een oppervlak dat de eigenschap bezit dat alle geodeten van het punt *O* tot de rechte lijn *l* even lang zijn.

Het cirkelvormige gat garandeert nog niet dat het verkregen oppervlak rotatiesymmetrisch is. Om het ook aan deze voorwaarde te laten voldoen, kan men niet volstaan met slechts één stel touwtjes, dat van één punt *O* uitgaat, maar moet men meer stellen aanbrengen, in punten die langs de omtrek van het gat zijn verdeeld. Fig. 4*b* laat dit zien voor drie stellen touwtjes.

De praktische uitvoering

Aan het voorgaande ligt nog steeds de onderstelling ten grondslag dat de voortplanting van de energie kan worden gebonden aan een gekromd oppervlak zoals dat van fig. 3. We zullen nu bespreken hoe we deze binding in een praktische uitvoering verwezenlijken, met andere woorden: hoe we een gekromde golfgeleider met het gewenste profiel maken.

Daartoe gaan we uit van het bekende geval van de golfvoortplanting tussen twee evenwijdige vlakke platen van goed geleidend materiaal. Kiezen we in dat geval de afstand $2d$ tussen de platen kleiner dan $\frac{1}{2}\lambda$, waarin λ de golflengte in de vrije ruimte voorstelt, dan is er slechts één voortplantingswijze van de energie mogelijk, namelijk de TEM-modus, waarbij de elektrische veldsterkte loodrecht op de platen staat en de voortplantingssnelheid gelijk is aan die in de vrije ruimte ($n = 1$, gelijk we verlangden).

We passen nu hetzelfde principe toe bij het gekromde oppervlak. Om de energie te dwingen, zich voort te planten langs het gewenste lensoppervlak, brengen we twee metalen platen aan die vrijwel gelijkvormig met dit oppervlak zijn, maar er aan weerszijden een afstand d (loodrecht op het oppervlak gemeten) van verwijderd blijven. Kiezen we de afstand $2d$ tussen de platen weer kleiner dan $\frac{1}{2}\lambda$, dan is in onze gekromde golfgeleider de afwijking van de trillingswijze, in vergelijking met het vlakke geval, verwaarloosbaar, mits de kromtestraal overal groot is ten opzichte van λ. Aan deze voorwaarde is gemakkelijk te voldoen.

De vraag is nu hoe men tot de juiste vorm van de beide metalen platen komt. De eerste stap daartoe is dat men de meridiaan van het meetkundige oppervlak met de bovengenoemde eigenschappen

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

(rotatiesymmetrie, geodeten van gelijke lengte) nauwkeurig berekent. In verg. (4) moet men daartoe van de coördinaten ϱ en s overgaan op rechthoekige coördinaten. Nu construeert men aan de buitenzijde van de zo gevonden meridiaan een kromme die er een afstand d (loodrecht op de meridiaan) vandaan blijft, en aan de binnenzijde een kromme die er $d + \delta$ vandaan blijft; δ is de dikte van de metalen platen die men denkt te gebruiken, b.v. 1,5 mm.

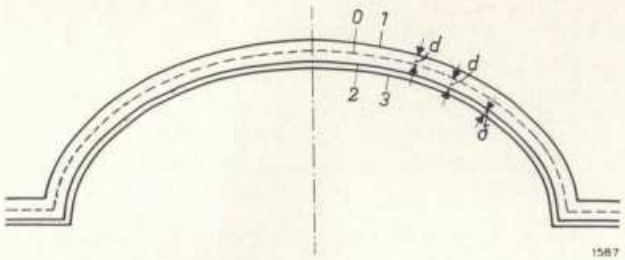


Fig. 5. Kromme *0* is de door berekening gevonden meridiaan van het meetkundige oppervlak met de vereiste eigenschappen. De krommen *1* en *2*, op een afstand $d < \frac{1}{4}\lambda$ aan weerszijden van *0*, zijn meridianen van de te vervaardigen metalen oppervlakken. De kromme *3* ligt nog een afstand δ, gelijk aan de plaatdikte, verder. *1* en *3* zijn de meridianen van de mallen waarmee de vlakke platen in de juiste vorm zullen worden geforceerd. (d en δ zijn duidelijkheidshalve naar verhouding te groot getekend.)

De zo verkregen krommen zijn dan de meridianen (profielen) van de beide mallen waarmee twee vlakke platen in de juiste vorm geforceerd kunnen worden (*fig. 5*).

Wil men met deze grafische constructie van de malprofielen een redelijke nauwkeurigheid bereiken (afwijking van het ideale profiel nergens meer dan b.v. 1% van de diameter $2a$), dan moet men uitgaan van een meridiaan die enige malen zo groot als de werkelijke is. In een aantal punten van deze vergrote meridiaan moet dan de loodlijn op de kromme worden getekend, en daarop naar de ene zijde de afstand d, naar de andere zijde de afstand $d+\delta$ worden afgezet. Zo vindt men de profielen van de mallen. Men kan de coördinaten van deze profielen ook berekenen, door het beschreven proces analytisch uit te voeren. Dit laatste is echter zo gecompliceerd dat het zonder de hulp van een elektronische rekenmachine zeer veel tijd zou vergen.

In *fig. 6* zijn de twee hoedvormige platen te zien. Op de bovenste zijn enige geodeten en golffronten getekend.

De verdere constructie is schematisch voorgesteld in *fig. 7*. De twee hoeden van aluminium worden op de juiste afstand $2d$ van elkaar gehouden door af-

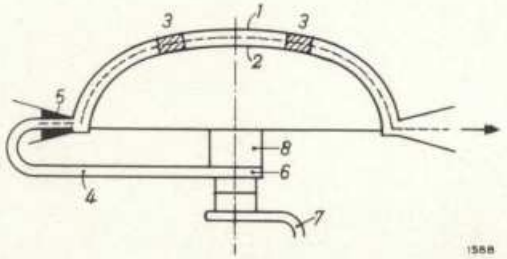


Fig. 7. Het antennesysteem in doorsnede. *1* en *2* zijn de twee hoedvormige platen, met afstandsblokjes *3* van „Polyfoam" ertussen. *4* draaiende golfpijp. *5* wigvormig blokje, dat achterwaartse straling tegengaat. *6* draaikoppeling tussen de draaiende golfpijp *4* en de vaste golfpijp *7*, die de verbinding met de zender en de ontvanger vormt. *8* bus, waar de constructie op rust.

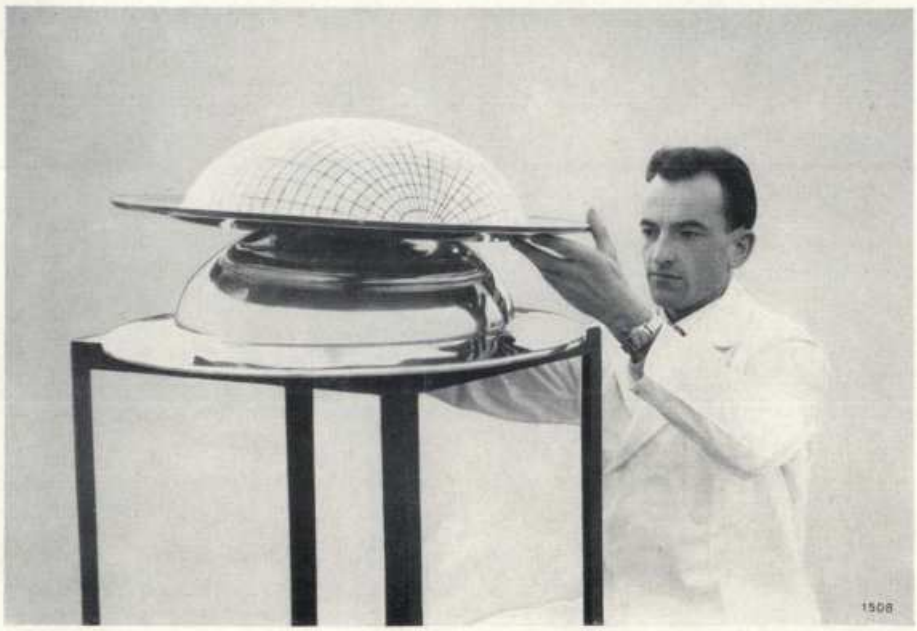
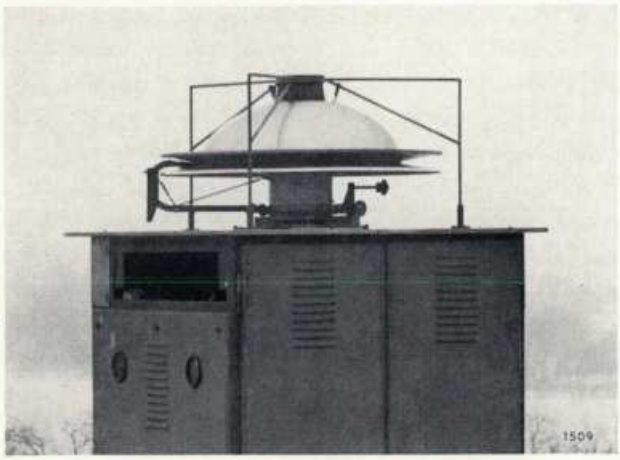


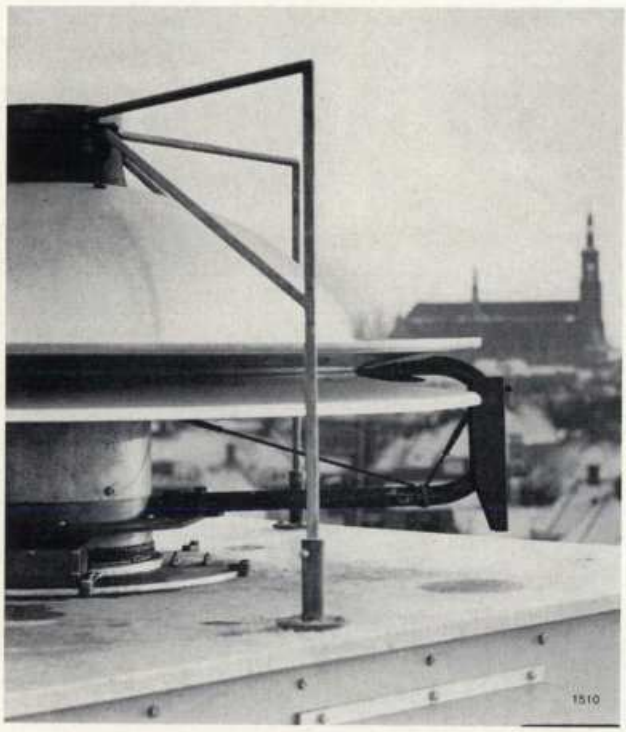
Fig. 6. De beide hoedvormige oppervlakken, vervaardigd van aluminiumplaat. Op de bovenste hoed zijn geodeten en golffronten getekend.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023



a



b

Fig. 8. *a*) De antenne, gemonteerd op een kast, die de radarzender en -ontvanger bevat. *b*) Hetzelfde, van dichtbij gezien.

standsblokjes van „Polyfoam", een materiaal met een diëlektrische constante die heel weinig van 1 verschilt, zodat het zich voor de golven vrijwel als lucht gedraagt. De randen van de twee hoeden zijn niet vlak en evenwijdig, maar enigszins conisch, waardoor een zekere bundeling in het verticale vlak wordt verkregen.

Het geheel rust op een bus *8* en hangt bovendien aan een stangenconstructie (*fig. 8a* en *b*). De rechthoekige golfpijp *4* (fig. 7) wordt door een motortje rondgedraaid; de mond ervan vormt de puntbron en loopt rond in de spleet tussen de randen van de twee hoeden. De vaste golfpijp *7* verbindt de golfpijp *4* met de radarzender en -ontvanger via de draaikoppeling *6*. Achterwaartse straling wordt verhinderd door een wigvormig blokje *5*, dat op de mond van de golfpijp *4* is bevestigd. Het bestaat uit een deel van aluminium met één of meer groeven ter diepte van $\frac{1}{4}\lambda$, dat als contactloze zuiger („choke") werkt, en uit een deel van grafiethoudend „Philite", dat de eventueel nog resterende straling absorbeert.

Resultaten

De in fig. 8 afgebeelde antenne behoort bij een experimentele radarinstallatie met golflengte 1,25 cm. De impulsen hebben een duur van $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ μs en een herhalingsfrequentie van 12 500 Hz. De middellijn $2a$ van de antenne (dus zonder de rand) is 50 cm; de afstand $2d$ tussen de twee hoeden is 0,5 cm, dus kleiner dan $\frac{1}{2}\lambda$.

Het richtingsdiagram in het horizontale vlak vertoont een hoofdlus waarvan de openingshoek Θ_h, tussen de 3-dB-richtingen, volgens een bekende vuistregel λ/D radialen bedraagt (D is de lengte van de antenne, i.c. de lengte $2a$ van de antenneopening); volgens deze regel bedraagt Θ_h hier dus 1,25/50 radialen = 1,43°. Doordat de hoeden kleine afwijkingen van de symmetrie vertonen, bleek het richtingsdiagram in werkelijkheid enigszins afhankelijk te zijn van de plaats van instraling. Ex-

Fig. 9. Experimentele radarpost met snel draaiende bundel van het beschreven type, op het dak van Philips' Natuurkundig Laboratorium te Eindhoven.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

perimenteel werd als gemiddelde waarde van Θ_h de waarde van 1,5° gevonden, die dus in goede overeenstemming met het verwachte resultaat is.

De grootte van de zijlussen hangt af van het stralingspatroon van de primaire straler, dat de amplitudeverdeling van het veld in de antenneopening bepaalt. Met de gekozen uitvoering bleek het niveau van de grootste zijlussen 18 dB beneden dat van de hoofdlus te liggen, hetgeen voor ons doel een voldoende groot verschil is.

De hoek tussen de conische randen van de hoeden is zo gekozen dat de bundel in het verticale vlak een openingshoek Θ_v = ca. 25° heeft.

Het toerental van de bundel is regelbaar tot maximaal 10 omw/s. De motor neemt bij de grootste snelheid slechts 200 W op.

De radarinstallatie (*fig. 9*) die van deze antenne is voorzien, levert een beeld van de omgeving waarin o.a. enkele druk door auto's bereden straten te zien zijn. Maakt de bundel 10 omw/s, dan blijken rijdende auto's inderdaad veel duidelijker tussen de talrijke vaste echo's te worden weergegeven dan wanneer de bundel draait met een meer gebruikelijk toerental, zoals 1 of 2 omw/s.

Samenvatting. Een groot toerental (b.v. 10 omw/s) van een radarbundel is wenselijk, 1) wanneer de echo van snel bewegende objecten goed te volgen moet zijn tegen een achtergrond van ruis en talrijke vaste echo's, en 2) wanneer het radarbeeld een zeer grote helderheid moet hebben, die alleen te krijgen is met kort nalichtende fosforen. De gebruikelijke radarantennes lenen zich echter niet voor snelle rotatie. Daarentegen kan men wel een snel draaiende bundel verkrijgen met het door Rinehart aangegeven analogon van de tweedimensionele vorm van de lens van Luneburg. Dit analogon berust op een meetkundige eigenschap van een bepaald rotatiesymmetrisch hoedvormig oppervlak. Optisch betekent deze eigenschap dat cirkelvormige golffronten die uitgaan van een puntbron, worden omgezet in rechtlijnige golffronten. De praktische verwezenlijking bestaat uit twee metalen „hoeden", op een afstand kleiner dan een kwart golflengte aan weerszijden van het bedoelde oppervlak. De twee hoeden vormen een golfgeleider. Als puntbron fungeert de mond van een rechthoekige golfpijp die rondloopt in de spleet tussen de twee hoeden; aan de tegenovergestelde kant treedt de straling in een nauwe bundel naar buiten. Beschreven wordt de constructie van zulk een antennesysteem. Bij een bepaalde uitvoering, voor een golflengte van 1,25 cm, heeft de bundel horizontaal een openingshoek van gemiddeld 1,5° en verticaal een openingshoek van ca. 25°. Een motorvermogen van 200 W is voldoende om de golfpijp met 10 omw/s rond te laten lopen. De verwachting dat snel bewegende objecten bij dit toerental veel beter zijn waar te nemen dan bij b.v. 1 omw/s, werd bevestigd.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

In oktober 1959 is te Wassenaar op 70-jarige leeftijd overleden prof. dr. Balth. van der Pol. Van 1922 tot 1949 heeft Van der Pol, die gedurende die jaren uitgroeide tot een figuur van internationale bekendheid op radiowetenschappelijk gebied, leiding gegeven aan het werk op dit gebied in het Philipslaboratorium te Eindhoven. In die periode nam hij ook veelvuldig deel aan het internationaal organisatorisch werk op zijn terrein, en hij is dat na het bereiken van de pensioengerechtigde leeftijd blijven doen, voornamelijk als Directeur van de C.C.I.R. (Comité Consultatif International des Radiocommunications) te Genève, welke functie hij tot enkele jaren voor zijn dood heeft bekleed. Vele onderscheidingen vielen hem tijdens zijn leven ten deel, zoals de Medal of Honor van het Institute of Radio Engineers, van welke instelling hij ook vicepresident is geweest, de Valdemar Poulsen Gold Medal, verschillende eredoctoraten, het erepresidentschap van de U.R.S.I. (Union Radio Scientifique Internationale), enz.

In necrologieën in diverse tijdschriften, zowel in Nederland als daarbuiten, heeft men Van der Pol herdacht. Daarbij werd uiteraard niet zeer ver op de details van zijn wetenschappelijk werk ingegaan. Het verheugt de redactie dat zij prof. Bremmer, een der naaste vroegere medewerkers van Van der Pol en wellicht de beste kenner van diens werk, bereid gevonden heeft een enigszins uitvoerig overzicht van dit werk te schrijven. Niet alleen is een dergelijk overzicht naar onze mening de passendste wijze om Van der Pol's markante persoonlijkheid te herdenken, maar tevens geeft het de lezer een blik op vele belangwekkende aspecten van de historische ontwikkeling van de radiowetenschap.

De titelfoto toont Van der Pol (rechts) in gesprek met prof. Holst, de oprichter en eerste directeur van dit laboratorium.

HET WETENSCHAPPELIJKE WERK VAN BALTH. VAN DER POL

door H. BREMMER.

538.56.001.5:621.37.001.5

In dit artikel willen we trachten een overzicht te geven van het veelzijdige wetenschappelijke werk dat verricht is door de op 6 oktober 1959 overleden vroegere medewerker van het Philipslaboratorium te Eindhoven, prof. dr. Balthasar van der Pol. Zijn talrijke onderzoekingen hebben vooral betrekking op problemen op radiogebied en daarmede samenhangende terreinen. Zij hebben hem reeds spoedig een internationale naam bezorgd. Dit was wel in de eerste plaats het gevolg van zijn baanbrekend werk over de voortplanting van radiogolven en over niet-lineaire trillingsverschijnselen. We zullen later zien, hoe vooral de bestudering van deze gebieden zijn belangstelling wekte voor vele andere problemen, waaronder ook zuiver mathematische.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Van der Pol was een van de zeldzame figuren met een gelijktijdige intense belangstelling voor natuurkunde, techniek en wiskunde. Hierdoor was hij enerzijds in staat een theoretisch-mathematische behandeling van technische problemen zelf ter hand te nemen, en kon hij anderzijds als verbindingsman fungeren om beroepsmathematici te wijzen op het belang van een strenge wiskundige behandeling van zulke problemen. Het viel hem op, hoe moeilijk het vaak is de beoefenaren van de drie genoemde gebieden tot elkaar te brengen. Van hoger standpunt gezien, is de goede invloed die hij in dit opzicht heeft gehad, een belangrijk facet van Van der Pol's werkzaamheid geweest.

Bij zijn wiskundige werk had Van der Pol een sterke voorkeur voor heuristische beschouwingen, waarbij men langs gedeeltelijk intuïtieve weg gemakkelijk resultaten vindt, die pas achteraf nader geverifieerd kunnen worden. In dit opzicht was zijn methode van werken verwant aan die van Heaviside. Deze geniale onderzoeker, die leefde van 1850 tot 1925, bediende zich van mathematische methodes die zeer vruchtbaar bleken, maar waarvan de deugdelijkheid door hem zelf in het algemeen niet aangetoond werd. Desondanks heeft hij op deze wijze belangrijke technische kwesties, zoals de rol van zelfinducties voor de kabeltelefonie over grote afstanden, het eerst doorzien. Van der Pol had een grote verering voor deze selfmade geleerde. Hiervan getuigt de inaugurele rede, die hij op 8 dec. 1938 uitsprak bij zijn ambtsaanvaarding als bijzonder hoogleraar aan de Technische Hogeschool te Delft [1]). Deze rede is geheel en al aan de persoon van Heaviside gewijd en brengt diens grote betekenis naar voren voor de periode waarin het toepassen van de vergelijkingen van Maxwell nog gemeengoed moest worden. Om de rol van Heaviside bij de ontwikkeling van, ons thans in de elektrotechniek vertrouwde, begrippen te illustreren, citeren we hier de volgende zin uit Van der Pol's rede:

> „Vervolgens hebben de elektrotechniek en de fysica aan Heaviside het begrip en het woord „impedantie" te danken, en dit niet alleen in de zo gangbare opvattingen van de hedendaagse wisselstroomtheorie, maar in een zeer veel uitgebreidere zin, waarin ook inschakel- en uitschakelverschijnselen zijn begrepen, een vorm die zelfs heden ten dage nog niet volkomen tot zijn recht is gekomen".

In al zijn werk werd Van der Pol sterk door Heaviside geïnspireerd. Het meest rechtstreeks treedt dit naar voren in zijn grote belangstelling voor de zg. operatorenrekening, die door Heaviside gecreëerd werd met het oog op haar toepassing op elektrische netwerken. Niemand heeft beter dan Van der Pol de merites van deze rekenmethode weten duidelijk te maken. Hij toonde in het bijzonder haar waarde aan voor het ontdekken van talloze relaties in uiteenlopende gebieden van de wiskunde. Toch bestaat er in één opzicht een groot verschil tussen Heaviside en Van der Pol. De eerste heeft er zijn gehele leven onder te lijden gehad dat zijn ideeën moeilijk ingang vonden; dit was in de eerste plaats een gevolg van de bijna onleesbare vorm van zijn geschriften. Daarentegen munten Van der Pol's publikaties uit door een zeer verzorgde vorm en een grote klaarheid van de gedachtengang.

Deze klaarheid kwam ook sterk tot uiting bij door hem gehouden voordrachten en tijdens talrijke door hem geleide bijeenkomsten en besprekingen. In dit verband kunnen we Van der Pol's grote organisatorische talenten niet onvermeld laten. Door zijn gemakkelijke wijze van uiteenzetten en zijn veelzijdige georiënteerdheid over het gehele radiogebied ontwikkelde hij zich tot een leidende figuur bij internationale organisaties op radiowetenschappelijk en technisch gebied. In het bijzonder noemen we hier zijn rol bij de U.R.S.I. en bij de C.C.I.R. Het was geen verrassing dat Van der Pol aan het einde van zijn werkzaamheid in het Natuurkundig Laboratorium van Philips aangezocht werd het eerste directeurschap van de C.C.I.R. te aanvaarden, toen deze instelling voor het eerst een permanent secretariaat kreeg. Tijdens dit directeurschap (van 1949 tot 1956) heeft hij er met grote toewijding voor gewaakt dat het zuiver wetenschappelijk onderzoek voldoende tot zijn recht kwam bij het uitbrengen van adviezen voor de opstelling van technische voorschriften in het internationale radioverkeer. Het is bijna onbegrijpelijk hoe Van der Pol zelfs toen, in die drukke internationale werkkring, nog steeds de tijd en rust kon vinden voor geheel abstract georiënteerde onderzoekingen. Dit was slechts mogelijk door een uitzonderlijke werklust, die hem tot het einde van zijn leven gekenmerkt heeft.

Van der Pol heeft er steeds op gewezen dat slechts enkele grote figuren van doorslaggevende betekenis zijn bij de ontwikkeling van de fysica. Hij placht naar voren te brengen hoe gemakkelijk men bij het enorme aantal wetenschappelijke onderzoekingen uit het oog verliest dat het werkelijk fundamentele werk in een slechts gering aantal publikaties vervat is. Zelf gevoelde hij zich dan ook sterk aangetrokken tot persoonlijk contact met de weinige leidende persoonlijkheden. In dit opzicht heeft hij reeds in het begin van zijn wetenschappelijke loopbaan geluk

[1]) B. van der Pol, Oliver Heaviside (1850-1925), Ned. T. Natuurk. **5**, 269-285, 1938.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

gehad. Nadat hij in 1916 in Utrecht zijn doctoraal examen cum laude afgelegd had, hield hij zich tot 1919 in Engeland met experimenteel onderzoek bezig. Aanvankelijk werkte hij daarbij in Londen onder Fleming, de man die in 1904 het eerste octrooi op een diode op zijn naam verkreeg. Hierop volgde een verblijf van twee jaren in Cambridge, onder leiding van Sir J. J. Thomson. Teruggekomen in Nederland, was hij gedurende drie jaren verbonden aan Teyler's Stichting te Haarlem. Hier was hij de medewerker van Lorentz. Aldus heeft Van der Pol gewerkt bij de twee geleerden die hij zelf geestig karakteriseerde als de „ontdekker" van het elektron (Thomson bepaalde in 1897 de verhouding e/m uit elektronenbanen in een gecombineerd elektrisch en magnetisch veld) en als de „uitvinder" ervan (Lorentz berekende in 1896 e/m uit het Zeeman-effect). Gedurende zijn verdere leven heeft Van der Pol veel contact gehad met onder meer Appleton, die in 1947 de Nobelprijs heeft verworven voor zijn baanbrekende onderzoekingen van de ionosfeer.

Voortplanting van radiogolven

In Engeland werd Van der Pol reeds spoedig geconfronteerd met een probleem waarvoor hij zijn gehele verdere leven grote belangstelling zou behouden. We bedoelen hier de wijze waarop de voortplanting van radiogolven door de aanwezigheid van de aarde beïnvloed wordt. In 1909 had Sommerfeld [2]) de theorie gegeven waarmee men de waargenomen verschijnselen kon verklaren voorzover het aardoppervlak als vlak beschouwd mag worden. Reeds in 1901 echter was Marconi erin geslaagd, met radiosignalen de Atlantische Oceaan te overbruggen. In 1915, nadat men met ongedempte golven had leren werken, gelukte het zelfs een radiotelefonische verbinding over de Atlantische Oceaan tot stand te brengen. Het was duidelijk dat daarbij de aardkromming een invloed moest hebben, want een rechtlijnige voortplanting dwars door de zeer sterk absorberende aarde zou tot een volkomen onwaarneembaar signaal leiden. Men zou zich kunnen voorstellen dat de golven door buiging het aardoppervlak volgen en daarbij doordringen tot ver voorbij de horizon zoals deze vanuit de zendantenne optisch waargenomen wordt. De hierop betrekking hebbende theorie werd bekritiseerd door Poincaré, die daarop zelf in 1910 aantoonde [3]) dat bij buiging het veld over grote afstanden exponentieel moet afnemen, en wel evenredig met $\exp(-\beta D/\lambda^{\frac{1}{2}})$. Hierin is λ de golflengte en D de afstand van zender tot ontvanger, gemeten langs het aardoppervlak. Helaas was het niet dadelijk mogelijk deze theorie te toetsen, omdat men niet in staat was een betrouwbare numerieke waarde voor de constante β af te leiden.

Dit was ongeveer de situatie toen Van der Pol met dit voortplantingsprobleem in aanraking kwam. Indien de waarde van β niet voldoende klein was, zou het veld bij buiging zo sterk moeten afnemen dat slechts een andere verklaring voor de grote dracht van de radiogolven overbleef: de aanwezigheid van de ionosfeer. De onder deze naam bekend staande geleidende lagen op grote hoogten in de dampkring waren reeds in 1902 door Kennelly en Heaviside ondersteld, om de golfvoortplanting over grote afstanden begrijpelijk te maken. De radiogolven zouden dan een zigzagbaan volgen, met opeenvolgende reflexies tegen de onderkant van de ionosfeer en tegen het aardoppervlak.

De wiskundige moeilijkheden van het zuivere buigingsprobleem, bij afwezigheid van de ionosfeer, hingen samen met de vele besselfuncties, die in de oplossing voorkomen. Dit was voor Van der Pol aanleiding om de wiskundige Watson tot een bestudering van dit probleem aan te moedigen, in een tijd toen deze werkte aan zijn bekende, in 1922 verschenen boek over besselfuncties. Watson's in 1918 gepubliceerde uitkomsten [4]) hebben onomstotelijk aangetoond dat de waarde van β te groot was (zij bedraagt 0,00376 $km^{-\frac{1}{2}}$, indien de aarde een volmaakte geleider en de atmosfeer volmaakt homogeen zou zijn) om de grote dracht van radiogolven te kunnen verklaren zonder de ionosfeer te hulp te nemen. In een publikatie van 1919 worden de abstracte berekeningen van Watson uitvoerig door Van der Pol toegelicht [5]).

Uit het voorgaande mag niet geconcludeerd worden dat verdere beschouwing van het ionosfeerloze buigingsprobleem onbelangrijk zou zijn. In de eerste plaats levert de langs de grond voortgaande buigingsgolf, hier verder „bodemgolf" genoemd, op korte afstanden en vooral overdag een bijdrage die van belang is naast die van de, met hulp van de ionosfeer voortgeleide, „ruimtegolf". Bovendien speelt de ionosfeer vrijwel geen rol voor de bij televisie, frequentiemodulatie en radar gebruikte zeer korte golven. Een nadere bestudering van de bodemgolf bleef dus van belang. In samenwerking met K. F. Niessen werd de voor korte afstanden bruikbare theorie van Sommerfeld verder ontwikkeld [6]),

[2]) A. Sommerfeld, Ann. Physik **28**, 665, 1909.
[3]) H. Poincaré, Jahrb. drahtl. Telegr. Teleph. **3**, 445, 1910.
[4]) G. N. Watson, Proc. Roy. Soc. **A 95**, 83, 1918.
[5]) B. van der Pol, Phil. Mag. **38**, 365, 1919.
[6]) B. van der Pol en K. F. Niessen, T. Ned. Radiogen. **7**, 1, 1935.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

waarbij in het bijzonder de invloed van de hoogten van de zend- en ontvangantenne boven de aarde werd beschouwd. In latere jaren werd de theorie van de bodemgolf door Van der Pol en schrijver dezes uitgewerkt voor afstanden waarbij de aardkromming essentieel is [7]). Er werd een rekenmethode ontwikkeld waarmede voor iedere grondsoort de velden van de bodemgolf berekend kunnen worden. Daarbij bleek onder meer dat zelfs voor zeer korte golven het afnemen van de veldsterkte voorbij de zenderhorizon veel geleidelijker geschiedt dan men vroeger gedacht had. Dit wordt geïllustreerd door *fig. 1*, waarin de verhouding van de werkelijke veldsterkte E aan het aardoppervlak tot de veldsterkte

De numerieke resultaten van de voortplantingstheorie voor de bodemgolf zijn vooral van belang voor golflengten kleiner dan ca. 10 m. De hoogten van de antennes van zender en ontvanger boven het aardoppervlak hebben hier grote invloed. Tijdens Van der Pol's directeurschap van de C.C.I.R. werd dan ook besloten een uitgebreid aantal gegevens numeriek te laten berekenen. Hierbij werd tevens de invloed van de straalbreking in de onderste laag van de dampkring in rekening gebracht. De resultaten werden in de vorm van grafieken gepubliceerd [8]), waarvan we in *fig. 2* als voorbeeld de grafiek voor een golflengte van 5 m geven, wederom voor een representatieve bodemgesteldheid (met

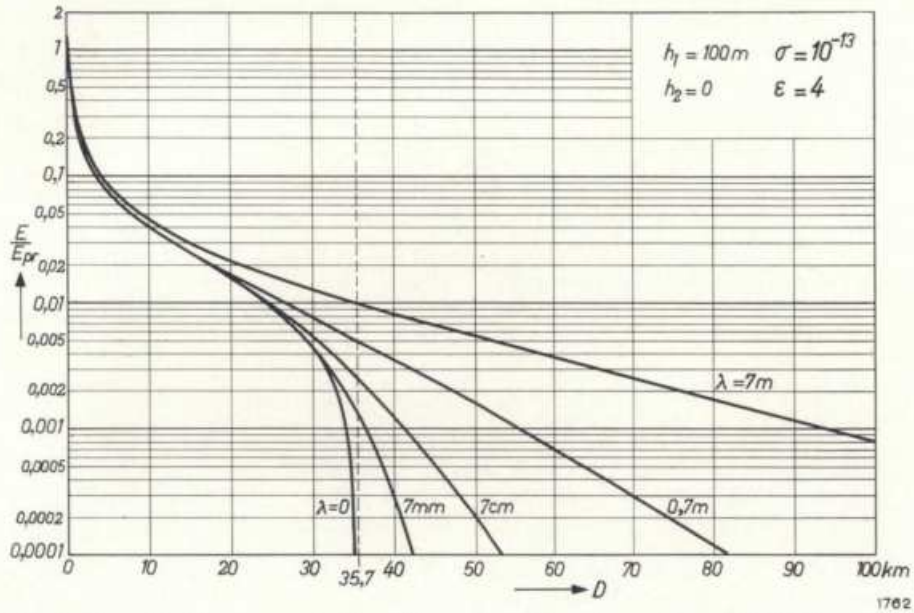


Fig. 1. Voortplanting van een radiogolf langs het gekromde aardoppervlak (bodemgolf), voor verschillende golflengten λ, berekend voor droge grond en voor een zenderhoogte $h_1 = 100$ m, ontvangerhoogte $h_2 = 0$ m. Uitgezet is, als functie van de afstand D, de verhouding van de veldsterkte E op de aarde tot de veldsterkte E_{pr}, die op dezelfde afstand in een vrije ruimte zou optreden. Van een duidelijke schaduwgrens bij de optische horizon (in casu op afstand $D = 35{,}7$ km) is pas sprake in het geval van millimetergolven.

E_{pr} die bij afwezigheid van de aarde zou bestaan, als functie van de afstand van zender tot ontvanger voor een bepaald geval is uitgezet. Dit geval heeft betrekking op een zender op 100 m hoogte boven het aardoppervlak, en op een bodemgesteldheid beantwoordend aan droge grond. De verschillende krommen geven de bewuste verhouding weer voor een aantal golflengten, die telkens een factor tien verschillen. Een duidelijke schaduwgrens, waarbij het veld binnen een afstand van 5 km achter de horizon ten minste een factor 4 kleiner wordt, treedt eerst op als men de golflengte laat dalen tot nabij 7 mm.

een geleidingsvermogen van 0,01 $ohm^{-1}m^{-1}$ en een relatieve diëlektriciteitsconstante 10). Uit de grafiek leest men b.v. af hoe sterk bij een vaste zenderhoogte h_1 van 10 m het veld toeneemt met toenemende hoogte h_2 van de ontvanger. De resultaten blijven hetzelfde indien zender en ontvanger verwisseld worden.

De strenge theorie die aan dergelijke gegevens ten grondslag ligt, is toepasbaar op alle problemen waarbij golven een bolvormige hindernis ontmoeten. Deze situatie treedt ook op wanneer lichtstralen

[7]) B. van der Pol en H. Bremmer, Phil. Mag. **24**, 141 en 825, 1937.

[8]) Atlas of groundwave propagation curves for frequencies between 30 Mc/s and 300 Mc/s, C.C.I.R. Resolution No. 11, Genève 1955.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

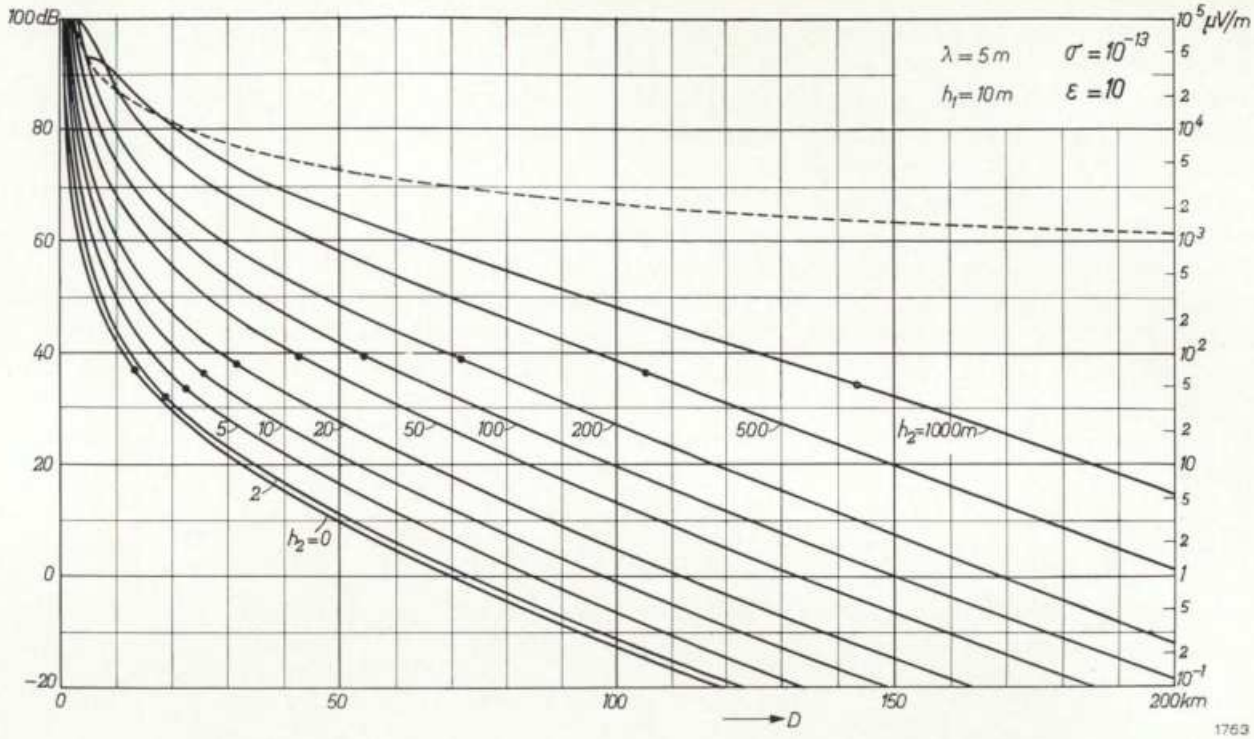


Fig. 2. Verticale component van de veldsterkte van de bodemgolf (in dB en in μV/m) van een zender op hoogte $h_1 = 10$ m, berekend voor verschillende afstanden D en hoogten h_2 van de ontvanger, voor $\lambda = 5$ m, bij voortplanting over enigszins vochtige grond. De gestippelde kromme zou worden verkregen bij afwezigheid van de aarde. De dikke punt op elke kromme geeft de afstand aan waarop de verbindingslijn zender-ontvanger de aardbol raakt.

door de straalbreking in een bolvormige waterdruppel aanleiding geven tot regenboogverschijnselen. Zo leidde de ontwikkelde theorie tevens tot een nieuwe golftheoretische behandeling van de regenboog [7])*).

We komen thans terug op die gevallen waarin de door middel van de ionosfeer voortgeleide ruimtegolf belangrijker is dan de zojuist besproken bodemgolf. Dit is de normale toestand bij het kortegolfverkeer over grote afstanden, zoals volgde uit de genoemde berekeningen van Watson. De hiermede boven alle twijfel verheven grote rol van de ionosfeer werd later door Van der Pol met de volgende woorden treffend aangeduid in zijn bovengenoemde inaugurele rede:

„U kent die geleidende laag hoog in de atmosfeer, welke radiocommunicatie op grote afstand mogelijk maakt, en wier aanwezigheid voor de gehele radiotechniek van even groot belang is als de aanwezigheid op aarde van ijzer voor de gehele elektrotechniek".

*) *Noot van de redactie:* Het is misschien aardig op te merken dat een stukje van deze regenboogtheorie, geschetst door de auteur, toevallig in de titelfoto van dit artikel op het bord te zien is.

Hoewel het bestaan van de ionosfeer eerst in 1925 door rechtstreekse reflexiemetingen ondubbelzinnig kwam vast te staan, werd reeds van 1912 af door Eccles en Larmor een theorie van de golfvoortplanting door een geleidend gas uitgewerkt, welke dadelijk op de ionosfeer toegepast kon worden. Men vond dat een dergelijk gas zich formeel gedraagt als een medium met een bepaald geleidingsvermogen en met een relatieve diëlektriciteitsconstante kleiner dan de eenheid. Dit betekent dat de fazesnelheid van de radiogolven in de ionosfeer de voor vacuüm geldende lichtsnelheid c overtreft. De daarmede overeenkomende voortplantingssnelheid van discontinuïteiten (de groepsnelheid) blijkt echter kleiner dan c te zijn, in overeenstemming met de principes van de relativiteitstheorie. Met behulp van resonantiemetingen aan lecherdraden heeft Van der Pol destijds in het Cavendish Laboratory te Cambridge het geleidingsvermogen en de diëlektriciteitsconstante gemeten van het plasma in glimlichtontladingen; hierbij werd de toestand in de ionosfeer min of meer nagebootst. Na het overwinnen van experimentele moeilijkheden kon aldus voor het eerst een schijnbare diëlektriciteitsconstante kleiner dan de eenheid gemeten worden. Het betekende een

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

experimentele bevestiging van de thans algemeen aanvaarde theorie betreffende de ionosferische voortgeleiding van radiogolven over grote afstanden. Een en ander is overzichtelijk samengevat in Van der Pol's proefschrift van 1920, waarvan de volledige titel luidt: „De invloed van een geïoniseerd gas op het voortschrijden van elektromagnetische golven en toepassingen daarvan op het gebied der draadloze telegrafie en bij metingen aan glimlichtontladingen".

Niet-lineaire trillingsverschijnselen; relaxatietrillingen

Laten we thans een tweede gebied beschouwen waarin Van der Pol bijzonder werkzaam is geweest, dat van de niet-lineaire trillingen. Het was begrijpelijk dat in de jaren '20 zijn aandacht hierop gevestigd werd. Immers, de reeds gemaakte vorderingen bij het toepassen van schakelingen met triodes verlangden toen een dieper inzicht om de theorie af te ronden en verdere mogelijkheden te doorschouwen. De eenvoudige lineaire theorie van de hierbij optredende trillingsverschijnselen wordt verkregen wanneer men de i_a-v_g-karakteristiek van de triode (anodestroom als functie van de roosterspanning) benadert door een rechte lijn. Het onbevredigende is dat de amplitude van de opgewekte trillingen dan onbepaald blijft. De begrenzing van deze laatste is te danken aan het afnemen van de steilheid van deze karakteristiek aan weerszijden van het werkpunt. Een representatieve schakeling waaraan een en ander onderzocht kan worden, is die van *fig. 3*, waarin M de wederkerige inductie voorstelt tussen de roosterketen en de in de anodeketen opgenomen LC-kring (met een shuntweerstand R). We denken ons de triodekarakteristiek gegeven als:

$$i_a = \Phi(v_a + g v_g), \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

waarbij g de versterkingsfactor van de triode is. De niet-lineaire functie Φ van de hier optredende veranderlijke $u = v_a + g v_g$ kan worden voorgesteld door een taylorreeksontwikkeling in de nabijheid van het punt $u = E_a$:

$$\Phi(u) = \Phi(E_a) + \alpha\left(\frac{u-E_a}{k}\right) + \beta\left(\frac{u-E_a}{k}\right)^2 - \gamma\left(\frac{u-E_a}{k}\right)^3 + \ldots\ldots \quad (2)$$

De coëfficiënten zijn hier genormeerd door het invoeren van de parameter $k = g(M/L) - 1$. Deze schakeling leidt tot de volgende differentiaalvergelijking voor het tijdsverloop van de spanning v (zie de figuur):

$$C\frac{d^2v}{dt^2} + \left(\frac{1}{R} - \alpha\right) + 2\beta v + 3\gamma v^2 + \ldots\right)\frac{dv}{dt} + \frac{1}{L}v = 0. \quad \ldots \quad (3)$$

Van der Pol toonde in de eerste plaats aan dat de coëfficiënt β, die de voor detectie zo belangrijke eerste niet-lineaire term van de karakteristiek bepaalt, nog geen eindige waarde van de amplitude vastlegt. Door deze term zal slechts de eigen hoekfrequentie van de LC-keten enigszins afwijken van de waarde $(LC)^{-\frac{1}{2}}$, die hij in de lineaire theorie heeft. De term met de coëfficiënt γ is de eerste term die de amplitude beïnvloedt. De verdere termen bepalen minder essentiële eigenschappen. De term van de vijfde orde in (2) b.v. is nodig om bepaalde, door Van der Pol eveneens beschouwde [9]), hysteresisverschijnselen te begrijpen. Voor het amplitudeonderzoek beperkte hij zich daarom hoofdzakelijk tot het bestuderen van de invloed van de γ-term, daarbij $\beta = 0$ nemend. Een verwaarlozing van alle hogere termen in de ontwikkeling van de karakteristiek, verg. (2), leidt dan tot een differentiaalvergelijking, die na het invoeren van gereduceerde grootheden, zowel voor de spanning v als de tijd t, de volgende eenvoudige vorm verkrijgt:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \varepsilon(1 - y^2)\frac{dy}{dx} + y = 0, \quad \ldots \quad (4)$$

waarin $\varepsilon = \sqrt{L/C}\,(\alpha - 1/R)$.

Deze differentiaalvergelijking staat bekend als de „vergelijking van Van der Pol". Een eerste onderzoek van deze vergelijking voor kleine waarden van de dimensieloze parameter ε leerde dat de oplossing, na een aanloop„tijd" x_0 van de orde $1/\varepsilon$, nadert tot een gewone sinustrilling met een amplitude gelijk aan 2. Van der Pol vroeg zich af hoe de overeenkomstige oplossing er uit zou zien

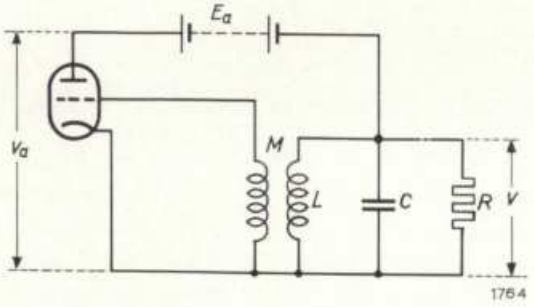


Fig. 3. Schakeling voor het onderzoek van de trillingsverschijnselen, verkregen met een triode, met name wat betreft de begrenzing van de amplitude (afleiding van de zg. differentiaalvergelijking van Van der Pol).

[9]) B. van der Pol, Phil. Mag. **43**, 700, 1922.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

voor grotere waarden van ε, ten minste van de orde van de eenheid. De daarbij optredende wiskundige moeilijkheden deden hem besluiten een grafisch-numerieke methode toe te passen, de methode der isoklinen [10]). In het onderhavige geval komt deze erop neer dat men verg. (4) met behulp van de nieuwe veranderlijke $dy/dx = z$ herleidt tot de volgende differentiaalvergelijking van de eerste orde:

$$\frac{dz}{dy} = \varepsilon(1 - y^2) - \frac{y}{z}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

In een z-y-diagram bepaalt deze vergelijking in ieder punt een helling dz/dy, die men door een kort streepje kan aangeven. Door continu voortlopend een reeks van deze streepjes aaneen te rijgen, verkrijgt men een kromme die een mogelijke oplossing in de veranderlijken y en z weergeeft. Men kan in verschillende punten beginnen en aldus oplossingen construeren die beantwoorden aan dienovereenkomstige aanvangscondities. Door een verdere, numeriek uit te voeren, integratie wordt uit elke kromme een oplossing voor y als functie van x gevonden.

Ter illustratie geven we in *fig. 4* voor het geval $\varepsilon = 1$ enkele met de isoklinenmethode verkregen oplossingen van het verband tussen y en dy/dx. In *fig. 5* ziet men de met één daarvan corresponderende oplossing voor y zelf, en op analoge wijze verkregen oplossingen voor $\varepsilon = 0{,}1$ en $\varepsilon = 10$. Uit fig. 5 volgt dat de oplossing voor toenemende tijd asymptotisch tot een periodieke functie nadert, die meer van een sinustrilling afwijkt naarmate ε groter is; tevens wordt, naarmate ε groter is, de asymptotische eindtoestand ook sneller bereikt.

[10]) B. van der Pol, Phil. Mag. **2**, 978, 1926.

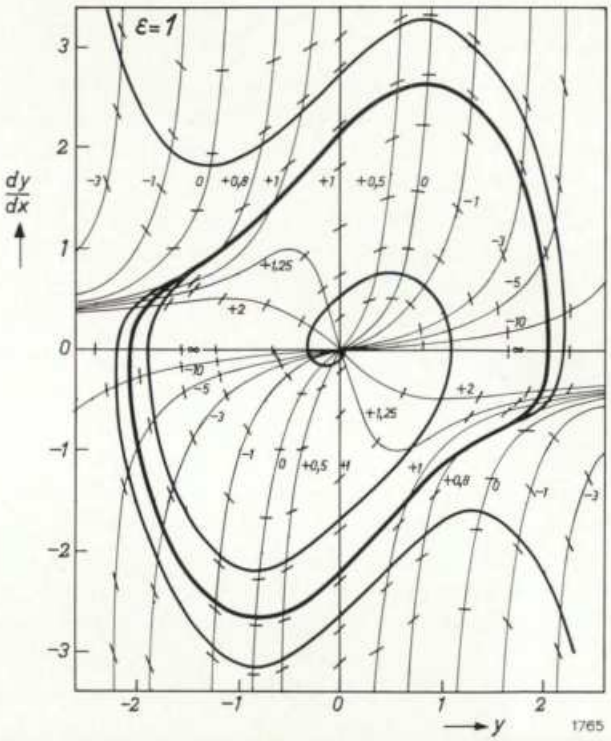


Fig. 4. Bepaling van oplossingen van de differentiaalvergelijking (5) met behulp van de isoklinenmethode, voor $\varepsilon = 1$.

Bovendien blijkt de periode in deze eindtoestand voor grote ε te naderen tot een waarde Δx die van de orde van ε is; zij verschilt dus aanzienlijk van de overeenkomstige periode voor zeer kleine ε, die nadert tot 2π. Terugkerend tot de oorspronkelijke grootheden v en t van verg. (3), betekent dit dat de periode voor grote waarde van ε de orde van grootte van $L(a - 1/R)$ heeft. Deze grootheid is een relaxatietijd, d.i. een tijd die het uitsterven van een aperiodiek verschijnsel bepaalt. (Beter bekend is het, in andere schakelingen optredende, geval dat een

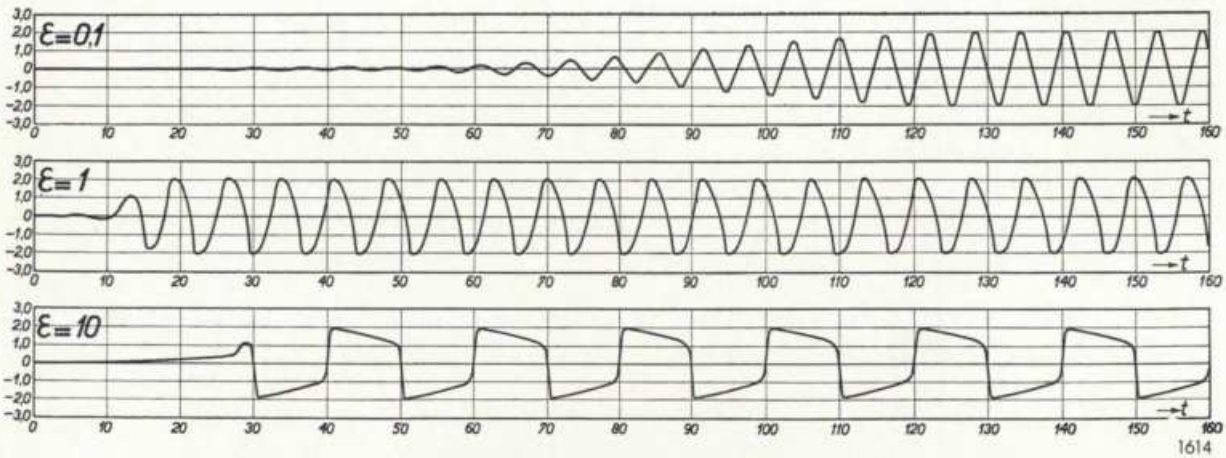


Fig. 5. Oplossingen van de differentiaalvergelijking (4), verkregen uit oplossingen van verg. (5) door integratie, voor $\varepsilon = 0{,}1$, $\varepsilon = 1$ en $\varepsilon = 10$. (De, abusievelijk met t aangeduide, variabele langs de abscis is de gereduceerde grootheid x.)

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

relaxatietijd bepaald wordt door een produkt RC, zie b.v. fig. 6.) Om deze reden heeft Van der Pol de naam relaxatietrillingen gegeven aan het nieuwe soort trillingen, die voor grote waarden van ε de eindtoestand vormen bij verschijnselen, beschreven door de differentiaalvergelijking (4).

Nadat Van der Pol deze trillingen in 1926 voor het eerst beschreven had, heeft hij het onderzoek ervan zowel theoretisch als experimenteel in samenwerking met J. van der Mark voortgezet [11]). In het bijzonder werden de gedwongen trillingen onderzocht [12]) die ontstaan wanneer een uitwendige hoogfrequente spanning wordt gezet op een systeem zoals dat van fig. 3. In de eenvoudigste gevallen kan dit beschreven worden door het rechterlid van de vergelijking van Van der Pol te vervangen door een term evenredig met cos ωt. Voor kleine waarden van ε konden aldus reeds bekende eigenschappen van trillingsketens beter begrepen worden. In het bijzonder gold dit voor de onderdrukking van de vrije trilling van het systeem die optreedt indien de frequentie daarvan in de nabijheid van die van de opgedrongen uitwendige trilling gelegen is. De dan optredende synchronisatie met deze laatste trilling bleek bijzonder sterk naar voren te treden wanneer bij toenemende ε de eerst ongeveer sinusvormige vrije trilling geleidelijk overgaat in een vrije relaxatietrilling. Men kan dit ook zo uitdrukken dat relaxatietrillingen bijzonder gemakkelijk een opgelegde frequentie overnemen indien deze niet al te sterk verschilt van de, door een relaxatietijd bepaalde, frequentie van de eigen vrije relaxatietrillingen. Wanneer men de keten zodanig verandert dat deze relaxatietijd daalt tot nabij de helft van zijn oorspronkelijke waarde, zal er vrij plotseling synchronisatie optreden met de halve frequentie van de opgedrongen trilling, bij verdere verandering met een derde van deze frequentie, enz. Anders gezegd, men kan relaxatietrillingen opwekken die achtereenvolgens gesynchroniseerd worden met een opgedrongen trilling en de onderharmonischen daarvan. Deze synchronisatieverschijnselen treden des te gereder op naarmate ε groter is, of, meer algemeen, naarmate er hogere termen in verg. (2) numeriek belangrijk zijn. Terwijl de frequentie van een relaxatietrilling zich aldus zeer gemakkelijk laat beïnvloeden, geldt dit in veel mindere mate voor de amplitude.

De genoemde synchronisatie met onderharmonischen bleek naderhand van groot praktisch belang in het begin van de ontwikkeling van de televisie [13]). Men past hier een relaxatietrilling toe om het aftasten van de opeenvolgende lijnen van het beeld te regelen. Door geschikte schakelingen kan men daarvan enige malen achtereen een subharmonische vormen, en ten slotte een relaxatietrilling met een gesynchroniseerde frequentie van 25 (of 30) hertz verkrijgen. Deze dient dan om de terugkeer te bewerkstelligen tot de eerste lijn telkens nadat het beeld éénmaal volledig is afgetast. Een instructieve schakeling waaraan de frequentiedeling voor relaxatietrillingen eenvoudig gedemonstreerd kan worden, is die van *fig. 6*, waarin de batterijspanning E de ontsteekspanning V_1 van de gasontladingsbuis B moet overtreffen. Wanneer de condensator

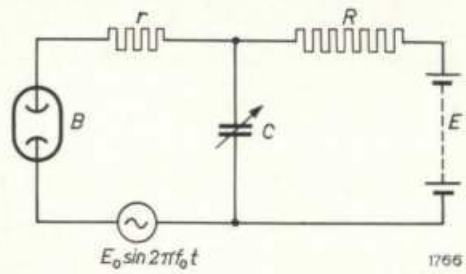


Fig. 6. Schakeling ter demonstratie van het optreden van frequentiedeling door synchronisatie van een relaxatietrilling.

C, bij afwezigheid van de wisselspanning $E_0 \sin 2\pi f_0 t$, via de grote weerstand R geladen wordt, zal hij, zodra zijn spanning V boven V_1 komt, ontladen worden via de kleine weerstand r van de dan ontstoken gasontlading. Vervolgens zal de ontlading doven wanneer de condensatorspanning gedaald is tot een bepaalde waarde V_2, waarna het ladings- en ontladingsproces zich voortdurend herhaalt. Wanneer men nu de wisselspanning $E_0 \sin 2\pi f_0 t$ aanbrengt, en door een geleidelijke vergroting van de capaciteit C de, met $1/RC$ evenredige, frequentie van de vrije relaxatietrillingen voortdurend verlaagt, kan gemakkelijk de zich telkens plotseling instellende synchronisatie met de opeenvolgende subharmonischen met frequenties $f_0/2$, $f_0/3$, $f_0/4$ enz. aangetoond worden. Dit wordt nader geïllustreerd door *fig.* 7, waarin horizontaal de veranderlijke capaciteit C is uitgezet. In verticale richting leest men de sprongsgewijs veranderende periode van de gedwongen trilling af.

Naderhand werden in samenwerking met C. C. J. Addink nog veel algemenere synchronisatieverschijnselen onderzocht. Het bleek mogelijk niet alleen synchronisatie met frequenties $f_0/2$, $f_0/3$, $f_0/4$ enz. te verkrijgen, maar ook met frequenties

[11]) B. van der Pol en J. van der Mark, Onde électrique **6**, 461, 1927.

[12]) B. van der Pol, Phil. Mag. **3**, 65, 1927.

[13]) J. van der Mark, Een experimentele televisiezender en -ontvanger, Philips techn. T. **1**, 16-21, 1936.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

$(n/m)f_0$, waarbij n en m willekeurige gehele getallen zijn, met b.v. ook $n > m$. Bij deze experimenten werd de frequentie van de opgedrongen trilling gevarieerd, in plaats van een van de parameters van de relaxatie-oscillator [14]).

Karakteristiek voor de werking van de schakeling van fig. 6 is het optreden van een op zichzelf aperiodiek verschijnsel (in casu het laden van de condensator, dat exponentieel met de tijd verloopt), dat periodiek onderbroken en opnieuw ingezet wordt.

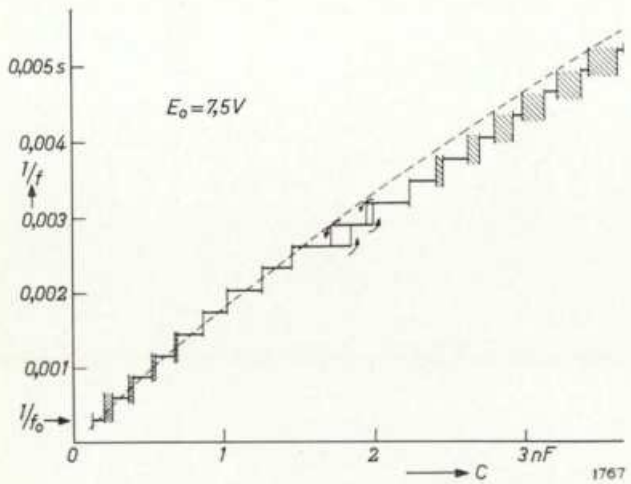


Fig. 7. Synchronisatie met subharmonischen. Uitgezet is de periode $1/f$ van de gedwongen relaxatietrilling die de schakeling in fig. 6 uitvoert, indien men met constante frequentie f_0 exciteert en de capaciteit C geleidelijk varieert.

In de natuur doen zich dergelijke situaties zeer vaak voor. Zij leiden steeds tot relaxatietrillingen. Van der Pol werd ten zeerste door hun veelvuldig voorkomen getroffen. Zelf heeft hij eens een lange lijst van voorbeelden opgesteld, waarvan we er een paar noemen: de aeolusharp, het krassen van een mes op een bord, de periodieke terugkomst van epidemieën en economische crises, de periodieke dichtheidsvariatie van een even aantal diersoorten die te zamen leven en waarvan de ene tot voedsel dient voor de andere, het slapen der bloemen, de periodieke weerkeer van regen bij het „afbuien" na een depressie, en ten slotte de hartslag.

Het laatstgenoemde voorbeeld leidde Van der Pol tot een zeer interessante en leerzame praktische toepassing van relaxatietrillingen: het vervaardigen van een elektrisch model waarmede alle ritmische bewegingen van het menselijk hart konden worden nagebootst [15]). Van een dergelijk systeem kon men zonder moeite „elektrocardiogrammen" opnemen, de normale hartslag en ook afwijkingen konden ermede bestudeerd worden. Het belang hiervan voor de medische wetenschap lag voor de hand. Het hart bestaat uit drie systemen: de sinus, de beide boezems (atrium), en de beide kamers (ventrikel). De werking van elk daarvan liet zich realiseren met behulp van een schakeling van het type van fig. 6. De eenzijdige beïnvloeding van de boezems door de sinus, evenals die van de kamers door de boezems, kon voorts door een niet versterkende triode gerepresenteerd worden. Door nog verdere details van de hartwerking in aanmerking te nemen, ontstond ten slotte het in *fig. 8* en *9* afgebeelde model. Het oplichten van de gasontladingen in de kringen die de boezems en kamers weergeven, vertegenwoordigt hierbij resp. een boezem- en een kamersystole. De bij het model optredende synchronisaties met subharmonischen van de regulerende hartslag ziet men in bepaalde gevallen ook in werkelijkheid optreden.

De ontwikkeling van het hartmodel uit het werk over relaxatietrillingen was een soortgelijke zijstap als de eerder genoemde, die leidde van beschouwingen over de radiovoortplanting tot een nieuwe, golftheoretische, behandeling van de regenboog. Van der Pol mocht er graag op wijzen hoe door radioproblemen de aandacht gevestigd kon worden op gebieden die daar op het eerste gezicht al heel weinig mee te maken hebben [16]).

Inschakelverschijnselen en operatorenrekening

De operatorenrekening werd door Heaviside oorspronkelijk geïntroduceerd als hulpmiddel om op eenvoudige wijze inschakelverschijnselen van elektrische netwerken te kunnen bestuderen. De hierbij ontwikkelde methodiek groeide later uit tot een rekenwijze die voor de wiskunde in het algemeen van groot nut bleek te zijn. Wel niemand heeft dit zo duidelijk doorzien als Van der Pol, die de toepassingsmogelijkheden van de operatorenrekening op zeer uiteenlopende gebieden heeft gedemonstreerd door talrijke voorbeelden.

Om het uitgangspunt van de operatorenrekening te verduidelijken, willen we in het kort een bepaald, door Van der Pol vaak beschouwd, aspect van de historische ontwikkeling van elektrotechnische onderzoekingen bespreken. Men ging aanvankelijk na, hoe een bepaald systeem reageert op een uitwendig aangebrachte harmonische trilling $\cos \omega t$, of algemener $\exp j\omega t$, waarvan $\cos \omega t$ het reële deel is. Men onderzocht hoe de eigenschappen van het systeem afhangen van de frequentie $f = \omega/2\pi$. Om

[14]) B. van der Pol, Actualités scientifiques et industrielles No. 718, uitg. Hermann, Parijs 1938, blz. 69-80.

[15]) B. van der Pol en J. van der Mark, Phil. Mag. **6**, 763, 1928.

[16]) De genoemde en andere voorbeelden vindt men in: B. van der Pol, Proc. World Radio Convention, Sydney 1938.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

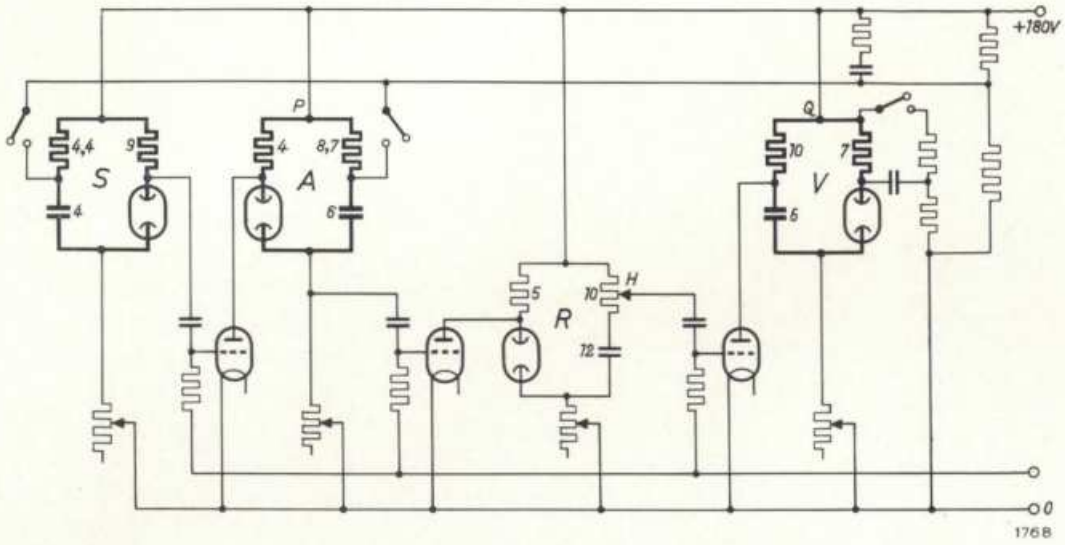


Fig. 8. Schakeling die als model van het hart fungeert. Weerstandswaarden in kΩ, capaciteiten in μF. De drie schakelingen S, A en V, die ieder op zichzelf relaxatietrillingen kunnen uitvoeren en die op bepaalde wijze gekoppeld zijn, stellen respectievelijk de sinus, het atrium en het ventrikel voor. R is een vertragingssysteem dat de looptijd van een prikkel door de bundel van His nabootst. Het oplichten van de drie neonlampjes der kringen S, A en V beantwoordt aan een systole van het desbetreffende gedeelte van het hart. Met de potentiometer H kan de koppeling tussen atrium en ventrikel gevarieerd worden (proef van Erlanger e.a.). „Elektrocardiogrammen" kunnen worden opgenomen door in een van de takken die in het punt P of Q samenkomen, de stroom te registreren.

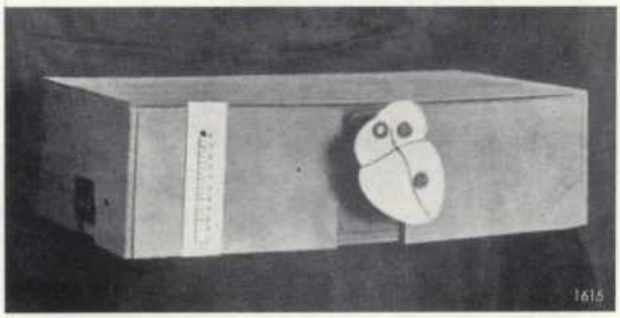


Fig. 9. Uitvoering van het hartmodel. Op de respectieve delen van het anatomische beeld van het hart zijn de drie neonlampjes van de kringen S, A en V (zie fig. 8) aangebracht.

de gedachten te bepalen, beschouwen we een versterker. Hier werd de verhouding $G(j\omega)$ tussen uitgangsspanning en ingangsspanning bestudeerd in het geval dat beide evenredig zijn met $\exp j\omega t$. Wanneer de functie $G(j\omega)$ bekend is, kan men met behulp van een fourieranalyse ook de uitgangsspanning berekenen bij iedere willekeurig gegeven tijdsfunctie voor de ingangsspanning. Ook het geval van een discontinu verloop van de ingangsspanning (inschakelverschijnsel) is op deze wijze te behandelen. Dikwijls werd echter bij zulk een behandelingswijze uit het oog verloren dat $G(j\omega)$ als complexe functie gelijkwaardig is met twee reële functies, en dat het daarom niet voldoende is b.v. slechts de modulus $|G(j\omega)|$ in aanmerking te nemen. Dit is geruime tijd geleden uitvoerig in dit tijdschrift besproken door J. Haantjes [17]). Daarentegen kunnen alle eigenschappen evenzeer afgeleid worden uit de kennis van één enkele reële functie, zoals de sprongkarakteristiek $G_s(t)$. Deze wordt gedefinieerd als de uitgangsspanning die het gevolg is van het op het tijdstip $t=0$ plotseling aanbrengen van een gelijkspanning ter grootte 1 aan de ingangszijde, terwijl voor $t<0$ in het geheel geen spanning aanwezig was. (Wegens het betrekken op de spanning 1 is G_s een dimensieloze functie van de tijd.) Alle eigenschappen van de versterker kunnen met behulp van deze sprongkarakteristiek gevonden worden. Men kan namelijk aantonen dat een willekeurig gegeven primaire spanning $v_{pr}(t)$ aan de ingangszijde de volgende spanning aan de uitgangszijde opwekt:

$$v(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} G_s(t-\tau)\frac{d}{d\tau}v_{pr}(\tau)\,d\tau=$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty} G_s(\tau)\frac{d}{dt}v_{pr}(t-\tau)d\tau. \quad . \quad . \quad (6)$$

Deze voorstelling is eenvoudiger dan die waarbij men het systeem beschrijft door middel van de genoemde complexe functie $G(j\omega)$, die het gedrag bij een continue, nl. harmonische ingangsspanning weergeeft. Bij gebruik van die functie namelijk wordt het effect

[17]) J. Haantjes, Philips techn. T. **6**, 193, 1941.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

van een willekeurige ingangsspanning $v_{pr}(t)$ gegeven door de uitdrukking:

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(j\omega)\, d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} v_{pr}(\tau)\, e^{j\omega(t-\tau)}\, d\tau, \qquad (7)$$

die bij niet-periodieke $v_{pr}(t)$ in het algemeen moeilijker te behandelen is dan verg. (6).

Uit het bovenstaande blijkt dat het soms eenvoudiger kan zijn het gedrag van een systeem te bestuderen aan de hand van een discontinu proces (hier het plotseling inzetten van een spanning, dat tot de sprongkarakteristiek $G_s(t)$ leidt) dan van een continu proces (de wisselspanning exp $j\omega t$, die aanwezig is voor alle tijden, van $t = -\infty$ tot $t = +\infty$). Als bezwaar tegen het werken met de sprongkarakteristiek zou men naar voren kunnen brengen dat het discontinue proces, hoewel gemakkelijker hanteerbaar bij deze berekeningen, in werkelijkheid niet gerealiseerd kan worden. Daarbij bedenke men echter dat ieder discontinu proces als de limiet van een fysisch wèl realiseerbaar proces opgevat kan worden en dat, op de keper beschouwd, volmaakt continue processen evenmin voorkomen. Van der Pol merkte eens op dat er blijkbaar lange tijd een zekere afkeer bestaan heeft om discontinue verschijnselen te beschouwen. Geestig weet hij deze afkeer aan een „horror discontinuitatis", analoog aan de „horror vacui", die de 17e-eeuwse natuurkundigen onderstelden.

We hebben deze aanloop genomen om duidelijk te kunnen maken welk nut de operatorenrekening van Heaviside voor het bestuderen van elektrische systemen kan hebben. Dit blijkt nu uit het feit dat verg. (6) — een zg. compositieprodukt (convolution integral, Faltungsintegral), en wel in dit geval van de twee functies $G_s(t)$ en $v_{pr}'(t)$ — bijzonder geschikt is voor een behandeling met de operatorenrekening. In de door Van der Pol en schrijver dezes toegepaste versie van deze rekenwijze [18]) wordt aan elke functie $h(t)$, het „origineel", een nieuwe functie toegevoegd, het operatorische „beeld" $f(p)$, dat door middel van de volgende integraal (een zg. laplace-integraal) gedefinieerd wordt:

$$f(p) = p \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-pt}\, h(t)\, dt. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8)$$

Het beeld van een compositieprodukt blijkt eenvoudig te zijn het gewone produkt van de beelden van de afzonderlijke factoren. In het geval van verg. (6) vindt men derhalve het operatorische beeld van de gezochte functie $v(t)$ als produkt van de beelden van $G_s(t)$ en $v_{pr}'(t)$. Door van dit operatorische beeld het origineel op te zoeken, heeft men het probleem volledig opgelost.

De andere uitdrukking voor $v(t)$, verg. (7), die natuurlijk gelijkwaardig moet zijn met verg. (6), heeft niet een vorm die zich zo gemakkelijk voor oplossing met de operatorenrekening leent. Aangezien verg. (7) juist het meest geschikt is voor de behandeling van periodieke verschijnselen, ziet men hier waarom de operatorenrekening in mindere mate voor zulke verschijnselen doch in hoofdzaak voor inschakel- en overgangsverschijnselen geschikt is. Toch moet vanzelfsprekend ook voor verg. (7) een relatie tot de operatorenrekening bestaan; deze relatie wordt duidelijk als men bedenkt dat (7) een fourierintegraal voorstelt, die, na geschikte substituties, in de vorm te brengen is van de laplace-integraal verg. (8). Juist door het in verband brengen van de operatorenrekening met zulk een exponentiële integraal, die verwant is met de bekende fourierintegralen, heeft men deze rekenwijze tot een wiskundig verantwoord hulpmiddel kunnen maken.

Wil men nu met behulp van de operatorenrekening allerlei concrete problemen uitwerken, zoals het bepalen van de boven besproken integraal (6) met expliciet gegeven functies, dan is het blijkbaar van belang een lijst van beelden ter beschikking te hebben die beantwoorden aan door elementaire functies gegeven originelen. Van der Pol noemde een dergelijke lijst zijn „dictionaire", terwijl de bijbehorende „grammatica" de rekenregels van de operatorenrekening omvat. Tot de grammatica behoort b.v. de hierboven gebruikte stelling betreffende het compositieprodukt.

Toegerust met zulk een grammatica en dictionaire, heeft Van der Pol talrijke eigenschappen bestudeerd van elektrische netwerken, in het bijzonder van filters. Hij vond stellingen van vaak zeer algemene strekking, die bij voorbeeld betrekking hadden op een verband tussen de sprongkarakteristiek van een gegeven filter en die van een daaruit te construeren nieuw filter; het laatste ontstond uit het oorspronkelijke door alle zelfinducties te vervangen door capaciteiten, en omgekeerd. Uit een dergelijke algemene stelling kwamen dan soms interessante speciale gevallen als vanzelf naar voren. Als voorbeeld zij genoemd het opmerkelijke feit dat het laden van een stelsel condensatoren door middel van een batterij steeds met een rendement van 50% geschiedt, onafhankelijk van het aantal in de schakeling voorkomende weerstanden en zelfinducties [19]). Hiermee wordt bedoeld dat de uiteindelijke

[18]) B. van der Pol en H. Bremmer, Operational calculus, based on the two-sided Laplace integral, Cambridge Univ. Press 1950. — De in dit boek ontwikkelde versie van de operatorenrekening is erdoor gekenmerkt dat de integraal in verg. (8) de ondergrens $-\infty$ heeft, in tegenstelling met de meer gangbare definitie, die gebezigd is door Carson, Doetsch, Wagner e.a. en waarbij steeds 0 de ondergrens is. De voordelen die het gebruik van de ondergrens $-\infty$ heeft, worden in het boek naar voren gebracht.

[19]) B. van der Pol, Physica 4, 585, 1937.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

energie van de geladen condensatoren de helft bedraagt van de energie die na het plotseling inzetten van de batterij door deze geleverd wordt om de stromen te onderhouden die optreden tijdens het zich instellen van de eindtoestand.

Van der Pol heeft talrijke wiskundige relaties ontdekt die door een handig manipuleren met de operatorenrekening en haar rekenregels zeer snel afgeleid kunnen worden. Als voorbeeld van een dergelijke relatie voor continue functies noemen we de merkwaardige en voordien niet bekende identiteit:

$$a\int_0^\infty e^{-at}\sin^{2n}t\,dt = \frac{(2n)!}{(a^2+2^2)(a^2+4^2)\ldots(a^2+4n^2)},$$
$$\text{voor}\quad \mathrm{Re}\,a>0. \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

In het bijzonder hield Van der Pol zich graag bezig met relaties voor discontinue functies. Hier noemen we als representatief voorbeeld de functie $A_2(t)$, die het aantal paren gehele getallen (m,n) aangeeft waarvoor $m^2+n^2<t$; de operatorenrekening leidt terstond tot de verrassende relatie:

$$\tfrac{1}{4}\{A_2(t)-1\} = \left[\frac{t}{1}\right]-\left[\frac{t}{3}\right]+\left[\frac{t}{5}\right]-\left[\frac{t}{7}\right]+\ldots, \quad (10)$$

waarin het symbool $[y]$ het grootste gehele getal $\leqq y$ betekent.

Als laatste typische voorbeeld van de toepassing van de operatorenrekening noemen we de door Van der Pol uitvoerig beschouwde theorie van het „bewegend gemiddelde". Uitgaande van een willekeurige functie $g(t)$ verstaat men hieronder de nieuwe functie

$$g^*(t) = \int_{t-\Delta}^{t+\Delta} g(\tau)\,d\tau, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

In vele gevallen wil men de functie $g(t)$ kennen wanneer $g^*(t)$ gemeten is. Als voorbeeld noemen we de intensiteit $g(\omega)$ als functie van de frequentie ω in een spectrogram dat opgenomen wordt met een spectrograaf. De noodzakelijkerwijs eindige spleetbreedte van deze laatste maakt dat de werkelijke intensiteit $g(\omega)$ uitgesmeerd wordt tot een in het algemeen minder grillig verlopende functie $g^*(\omega)$. De operatorische oplossing van dit probleem leidt tot vele manieren waarop men g door een, voor numeriek gebruik geschikte, reeks in g^* kan uitdrukken.

Andere onderwerpen

In het bovenstaande hebben we de belangrijkste algemene onderwerpen besproken waaraan Van der Pol gewerkt heeft. Thans willen we nog in het kort een aantal andere, meer speciale, problemen noemen waarmee hij zich kortere of langere tijd — met sommige zijn leven lang — heeft bezig gehouden, en die men in de lijst van zijn talrijke publikaties kan opmerken [20]).

Tot de oudste onderzoekingen van Van der Pol behoren bijzondere onderwerpen uit de netwerktheorie, waarbij stroomverdelingen in een willekeurig aantal gekoppelde kringen werden berekend. Zijn belangstelling voor antennetheorieën kwam het eerst naar voren in onderzoekingen over de straling en de eigen frequentie van antennes met eindcapaciteit, waarbij de ontoereikendheid van het begrip stralingsweerstand besproken werd. In Engeland verrichtte hij o.a. een experimenteel onderzoek naar het geleidingsvermogen van zeewater, met het oog op de betekenis ervan voor de voortplanting van radiogolven. Met zijn intrede in het Philipslaboratorium breidde zich zijn belangstelling uit tot haast alle problemen van de nog jonge radiotechniek. Hij onderzocht, ten dele in samenwerking met K. Posthumus, Y. B. F. J. Groeneveld, Th. J. Weijers, G. de Vries, C. J. Bakker, W. Nijenhuis, C. J. Bouwkamp en anderen (elders in dit artikel genoemd), algemene eigenschappen van de karakteristieken van triodes, de verdeling van het elektrische veld en de elektronenbanen binnen een triode, de theorie van roosterdetectie, algemene eigenschappen van trillingsketens en filters (onder meer het vervangingsschema van een kwartsoscillator, en de niet-lineaire theorie van de hysteresisverschijnselen bij twee gekoppelde kringen waarvan de ene deel uitmaakt van een triodegenerator), de ruis in radiobuizen, stralingsdiagrammen van bundelende antennes, enz. enz.

Van der Pol had een belangrijk aandeel in het voorbereidende werk bij het tot stand komen van de radio-omroep in Nederland. Hij organiseerde in samenwerking met R. Veldhuyzen, M. Ziegler en J. J. Zaalberg van Zelst uitgebreide onderzoekingen omtrent de veldsterkteverdeling over Nederland van de omroepzenders. De gemeten resultaten werden vastgelegd in kaarten waarop contourlijnen de plaatsen met gelijke veldsterkten verbinden. Uit de afwijking van deze contourlijnen van de cirkelvorm viel duidelijk de invloed van de tussen zender en ontvanger gepasseerde grondsoort te constateren. Zo was in de kaart voor de Hilversumse zender op 298,8 m golflengte de absorberende werking van de stad Amsterdam en van de droge zandgronden van de Utrechtse heuvel-

[20]) Een volledige bibliografie van Van der Pol's publikaties, samengesteld door C. J. Bouwkamp, zal binnenkort verschijnen in Philips Res. Repts.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

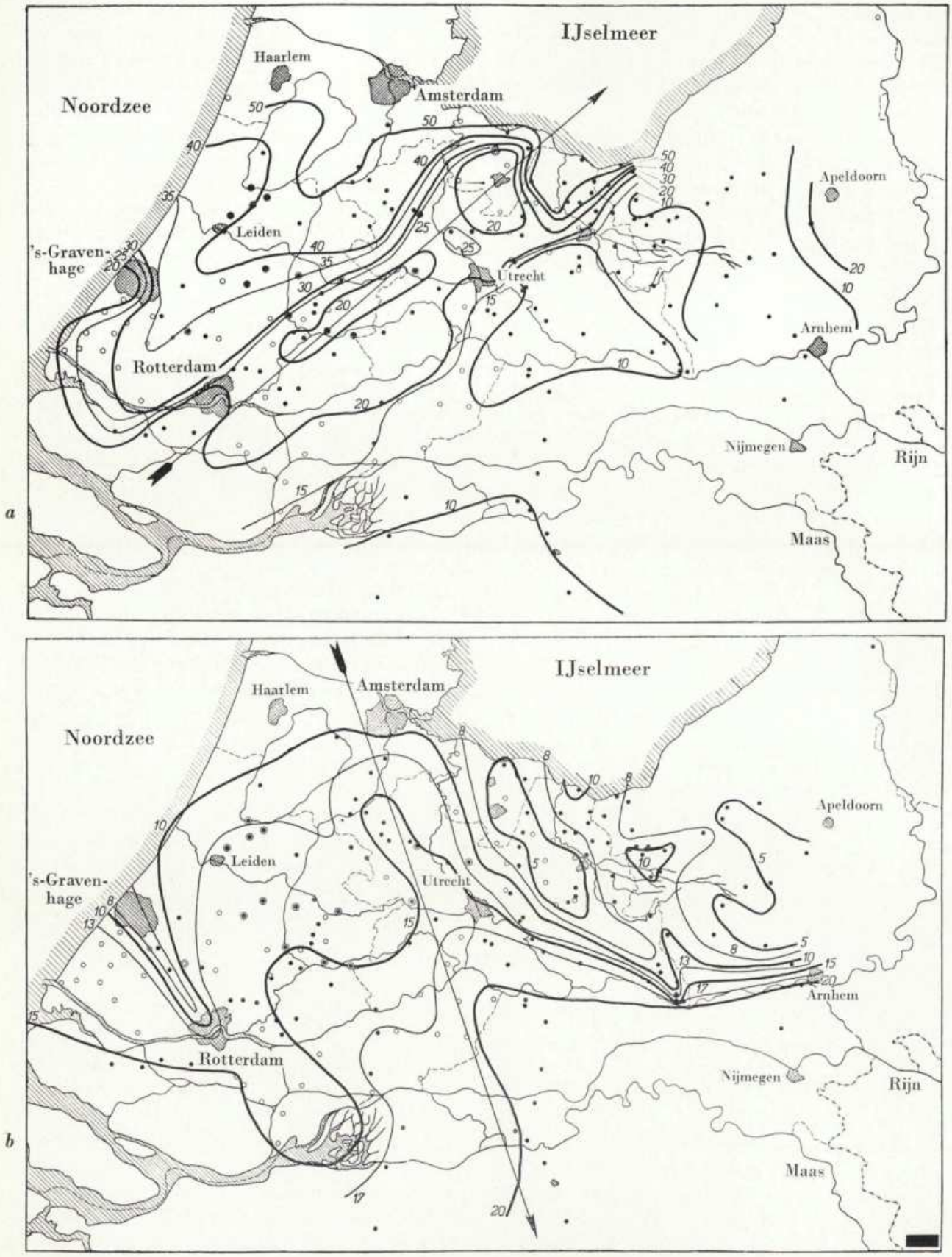


Fig. 10. Veldsterktemetingen, in 1934 in het centrale gedeelte van Nederland verricht voor het bepalen van de gunstigste plaats voor de nieuwe omroepzender die toen geprojecteerd was. In twee uithoeken van het land, waar de slechtste ontvangst van een centrale zender kon worden verwacht, werden twee gelijke hulpzendertjes geplaatst, nl. een bij de Dollard met golflengte 325 m en een bij Maastricht met golflengte 317 m.
a) Veldverdeling van de zender bij de Dollard, aangegeven door contourlijnen (lijnen met constante veldsterkte). De lange pijl wijst naar de zender.
b) Hetzelfde voor de zender bij Maastricht. (Let op de schaduwwerking van de stad Rotterdam!)

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

rug heel mooi te zien. Van der Pol maakte naar aanleiding van deze kaart ook erop attent dat de veldsterkteverdeling in de noordelijke provincies zich merkbaar zou wijzigen na afsluiting van de Zuiderzee, doordat het geleidingsvermogen van deze grote watervlakte met voortschrijdende verzoeting zou dalen. Dit werd door latere metingen bevestigd.

Toen er in plaats van de genoemde oude zender te Hilversum een nieuwe omroepzender zou worden gebouwd, werd ter bepaling van de gunstigste plaats daarvan het reciprociteitstheorema toegepast: in overeenkomstige contourlijnen van beide hulpzenders onderling verbond (*fig. 10a, b* en *fig. 11*).

Reeds geruime tijd vóór men begon te denken aan praktische toepassing van frequentiemodulatie, die later zulk een belangrijke plaats in de omroep zou krijgen, had Van der Pol zich met de theorie van deze modulatiemethode bezig gehouden. Een fundamenteel inzicht vereist hier veel meer mathematische kennis dan de eenvoudiger amplitudemodulatie, omdat de desbetreffende differentiaalvergelijkingen niet meer opgelost kunnen worden door

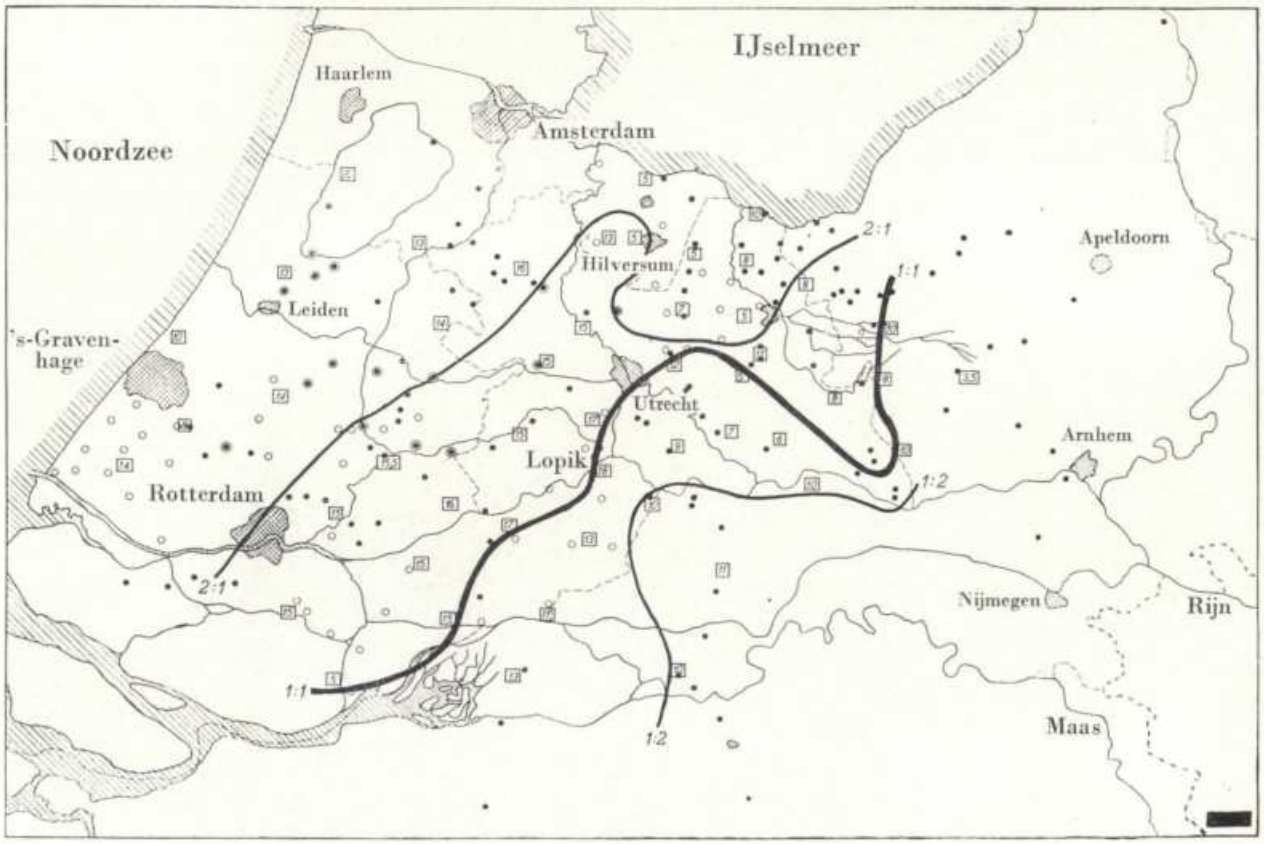


Fig. 11. De getekende lijnen verbinden de plaatsen waar de twee hulpzendertjes even sterk (dikke lijn, 1 : 1) of resp. met een intensiteitsverhouding 2 : 1 en 1 : 2 werden ontvangen. Op een punt nabij Vianen (de plaats Lopik, waar nadien inderdaad de zender werd gebouwd) wordt op de dikke lijn de hoogste veldsterkte aangetroffen, zoals uit het in het vierkantje vermelde getal 18 blijkt. De op andere plaatsen aangegeven getallen geven de relatieve waarde van het veld aan dat men bij plaatsing van de zender aldaar zou hebben verkregen in de ongunstigste van de twee beschouwde ontvangplaatsen (de Dollard of Maastricht). (Fig. 10*a*, *b* en fig. 11 zijn overgenomen uit: B. van der Pol, Rapport van de veldmetingen van twee bij de Dollard en bij Maastricht opgestelde proefzenders, T. Ned. Radiogen. **7**, 173-195, 1935.)

plaats van uit te gaan van een zender in een centraal (nog niet vastgelegd!) punt, werden de velden gemeten van twee hulpzenders in twee het verst weg gelegen streken van het land, alwaar de ontvangst van de centraal gelegen zender het zwakst zou zijn. De gunstigste positie voor de later te plaatsen zender werd dan gevonden door in het centrale gedeelte van het land na te gaan waar het ontvangen veld het sterkst was langs de lijn die de snijpunten van

tijdsfuncties evenredig met exp jωt. In de eerste plaats heeft Van der Pol gewezen op een voor de radiotechniek geschikte definitie voor het vage begrip „momentele frequentie", ω_{mom}. Beschouwt men het algemene frequentiegemoduleerde signaal:

$$A\cos[\varphi(t)] = A\cos\left[\omega_0 t + m\omega_0\int_0^t g(t)\,\mathrm{d}t + \Phi\right], \quad (12)$$

dan luidt deze definitie:

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

$$\omega_{\text{mom}}(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varphi(t) = \omega_0\{1 + m\,g(t)\}. \quad . \quad (13)$$

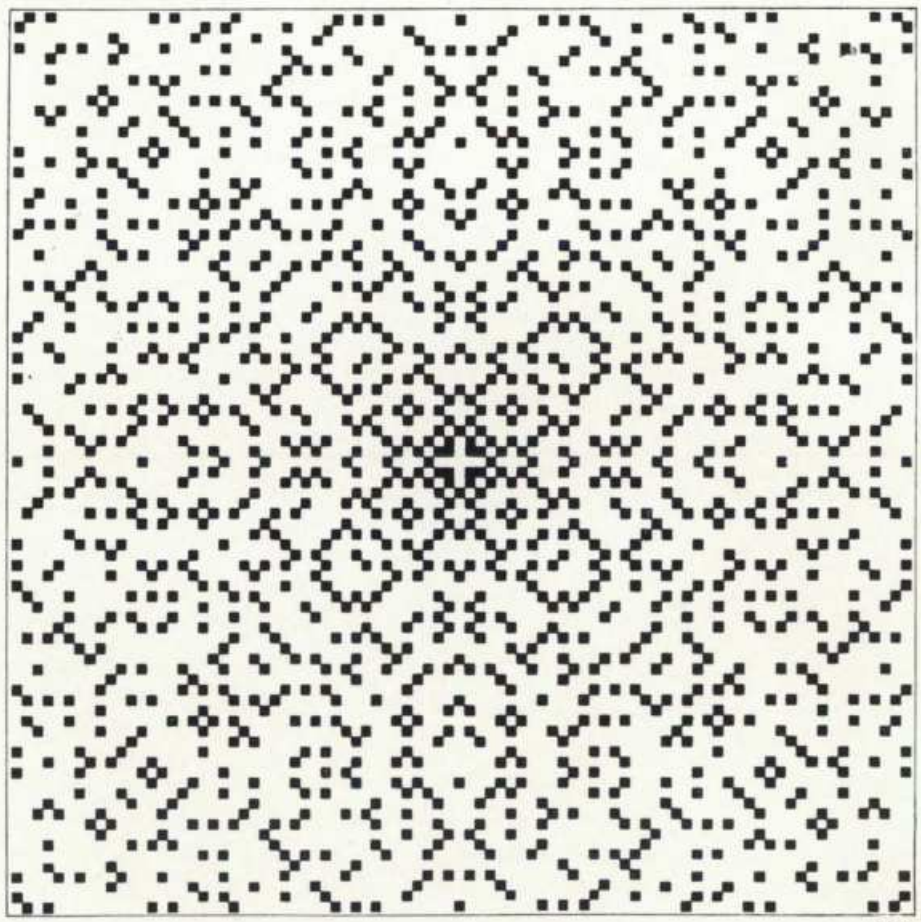
In samenwerking met F. L. H. M. Stumpers werd nu de zg. quasistationaire benadering onderzocht; dit is de benadering waarbij de stromen en spanningen zich op ieder ogenblik nog zodanig instellen als past bij de dan bestaande waarde van de volgens (13) gedefinieerde momentele frequentie. Daarbij bleek o.a. dat dan de stroom die in een impedantie ontstaat als gevolg van een frequentiegemoduleerde spanning, uitsluitend wordt bepaald door de fazekarakteristiek van de impedantie [21]). Op het experimentele onderzoek van de frequentiemodulatie, dat in de jaren '40 door Van der Pol ter hand werd genomen, zullen we hier niet verder ingaan.

Bij de theoretische onderzoekingen over frequentiemodulatie had de differentiaalvergelijking van Mathieu mede een belangrijke rol gespeeld. Meer algemeen legde Van der Pol zich toe op het onderzoek van differentiaal- en differentievergelijkingen die verband houden met radioproblemen. Deze studies leiden ons ten slotte tot de talrijke door Van der Pol verrichte onderzoekingen die een minder direct verband hebben met fysische of technische kwesties, of zelfs zuiver wiskundig van aard zijn. Het is weer een bonte reeks van onderwerpen: thètafuncties, elliptische functies, de gammafunctie, getallentheorie, de leer der priemgetallen, enz. Geheel los van de problemen van de radiotechniek moet men echter ook deze onderwerpen niet zien: van thètafuncties b.v. kan een brug geslagen worden naar de potentiaaltheorie, en Van der Pol's belangstelling voor de getallentheorie was geïnspireerd door de rol die deze speelt b.v. bij de vroeger genoemde synchronisatieverschijnselen bij relaxatietrillingen. Overigens kwam uit een van deze abstracte onderzoekingen nog een onverwacht „industrieel produkt" voort, nl. toen Van der Pol zich bezighield met de verdeling van de priemgetallen van Gauss. Dit zijn in het stelsel van alle complexe getallen met heeltallig reëel en imaginair deel diegene die niet als produkt van twee dergelijke getallen kunnen worden verkregen. Tekent men al deze tweedimensionele priemgetallen in het complexe vlak, dan ontstaat een curieus patroon (*fig. 12*). Dit werd in een kleedje verwerkt, dat vooral in Amerika veel succes had.

De associatie van wiskunde en radiotechniek werkte ook wel eens in de omgekeerde richting. We denken hier aan een onderzoek waarbij Van der Pol in samenwerking met C. C. J. Addink radiotechnische middelen gebruikte voor de bestudering van een wiskundige functie [22]). Dit onderzoek betrof de bepaling van de nulpunten van Riemann's ζ-functie, die gewoonlijk gedefinieerd wordt door de reeks:

[21]) B. van der Pol, J. Instn. Electr. Engrs. **93 III**, 153, 1946.

[22]) B. van der Pol, Bull. Amer. Math. Soc. **53**, 976, 1947.



1616

Fig. 12. In het complexe vlak (met het punt 0,0 in het midden) zijn hier door zwarte blokjes aangegeven de complexe priemgetallen van Gauss, d.w.z. de getallen $(m + jn)$ die niet geschreven kunnen worden als $m + jn = (a + jb)(c + jd)$, waarin m, n, a, b, c, d gehele getallen zijn. Het afgebeelde patroon werd in een kleedje verwerkt, dat door een Eindhovense linnenfabriek in de handel werd gebracht.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

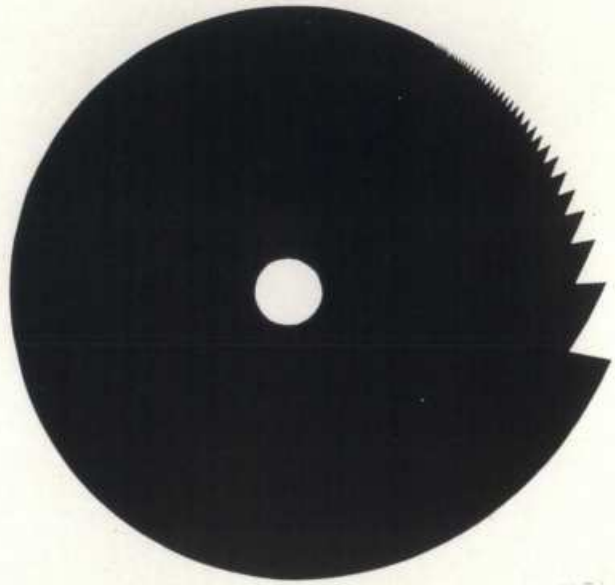
www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

$$\zeta(z) = \frac{1}{1^z} + \frac{1}{2^z} + \frac{1}{3^z} + \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Weliswaar is deze reeks slechts bruikbaar voor Re $z > 1$, doch door een analytische voortzetting kan men de functie definiëren voor het gehele complexe vlak. Riemann had het vermoeden uitgesproken dat de aldus gedefinieerde functie oneindig veel nulpunten zou bezitten, die alle gelegen zouden zijn op de lijn Re $z = \frac{1}{2}$. De functiewaarden langs deze lijn kunnen volgens een door Van der Pol afgeleide relatie in verband gebracht worden met de eenvoudige functie

$$e^{-x/2}\left[e^{x}\right] - e^{x/2} \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

(het symbool [ ] heeft dezelfde betekenis als in verg. 10). Men kan de functie (15) nl. buiten het van belang zijnde gebied van x periodiek voortzetten. De coëfficiënten van de fourierreeks van de aldus verkregen periodieke vervangingsfunctie stellen bij benadering een reeks waarden van de functie $\zeta(z)/z$ langs de lijn Re $z = \frac{1}{2}$ voor. Het probleem om de door Riemann vermoede nulpunten te bepalen, was daarmede teruggebracht tot fourieranalyse van de genoemde vervangingsfunctie van (15). Deze fourieranalyse nu werd op elegante wijze experimenteel uitgevoerd, door het zaagtandachtige patroon van één periode van de vervangingsfunctie aan te brengen langs de rand van een schijf (*fig. 13*). De schijf liet men met zeer constant toerental roteren en men liet door een radiale spleet licht vallen op de getande rand en een daarachter geplaatste fotocel. De verkregen, met de tijd variërende, fotostroom werd gemengd met een sinusvormige stroom, van frequentie f. Het resulterende signaal, dat de verschiltonen tussen f en alle harmonischen van de vervangingsfunctie van (15) bevat, werd gebruikt om een zeer scherpe mechanische resonator te exciteren. Voerde men nu de frequentie f langzaam van 0 af op, dan kwam successievelijk elke harmonische van de vervangingsfunctie aan de beurt om door zijn verschiltoon de resonator te exciteren, met een intensiteit beantwoordend aan de desbetreffende fouriercoëfficiënt. Door de excitatie te registreren (als functie van f), kreeg men dus een spectrum, waarin de gezochte nulpunten der ζ-functie onmiddellijk te zien waren als minima; zie *fig. 14*.



1617

Fig. 13. Schijf met langs de rand uitgesneden een gedeelte van de functie verg. (15), ter experimentele bepaling van de nulpunten van de ζ-functie van Riemann.

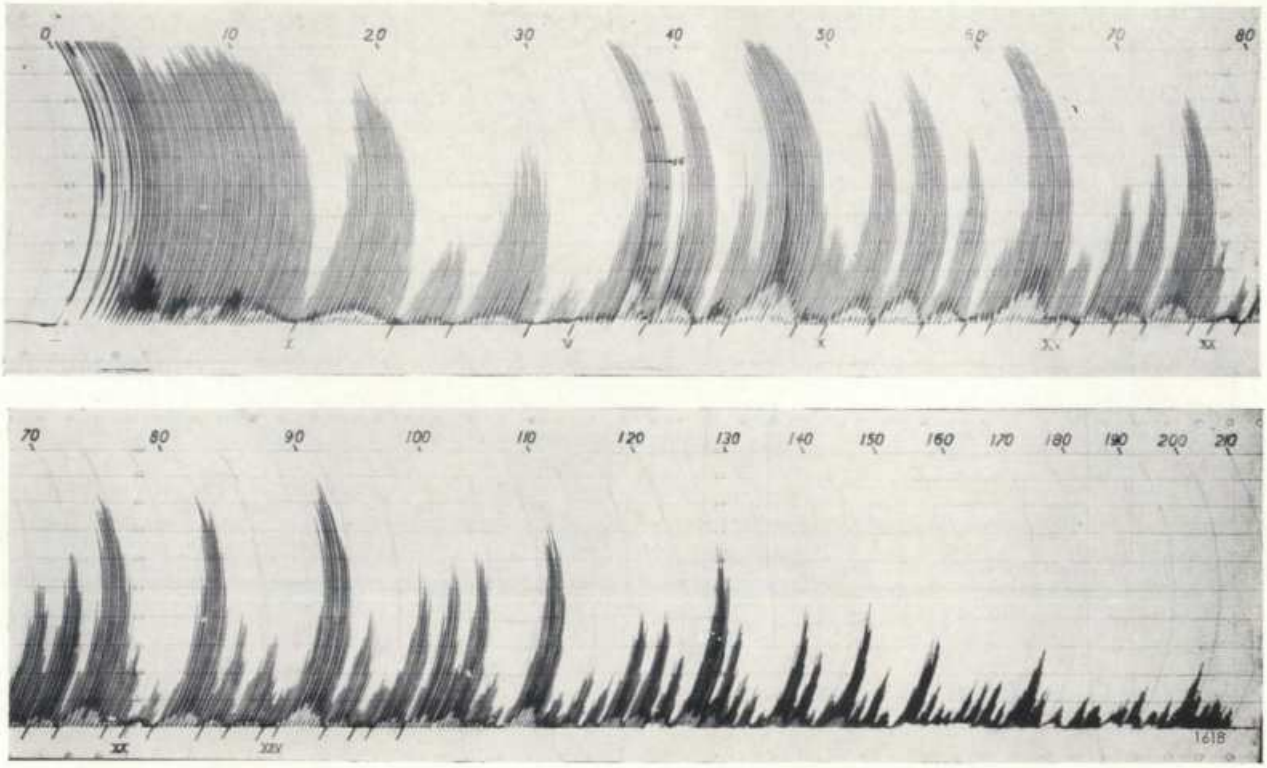


Fig. 14. Experimenteel verkregen grafiek van de fouriercoëfficiënten van de in fig. 13 uitgesneden functie. De minima in het registrogram zijn de gezochte nulpunten van de ζ-functie op de lijn Re $z = \frac{1}{2}$. De eerste 29 nulpunten, die door streepjes en Romeinse cijfers zijn aangegeven, waren reeds door berekening bekend. (Langs de bovenrand is het imaginaire deel van z uitgezet.)

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Muziektheorie

Naast de wetenschappelijke en technische onderzoekingen van Van der Pol willen we hier ten slotte nog in het kort zijn belangstelling voor de muziek releveren. Hoewel hij zich sterk voor de analyse van de bouw van een muziekwerk interesseerde, was hij er zich van bewust dat men hiermede niet het creatief esthetische element kan benaderen — een element waarvoor hij, zelf een niet onverdienstelijk muziekbeoefenaar, alleszins begrip had. Het was vooral zijn belangstelling voor de getallentheorie die hem ertoe bracht wiskundige wetmatigheden op te sporen in de toonintervallen uit de harmonieleer [23]), of b.v. begrippen als „dissonantie" door getallen vast te leggen. In het bijzonder trof hem dat de breuken die de opeenvolgende intervallen in de diatonische toonladder weergeven, ondergebracht kunnen worden in een zg. reeks van Farey. Deze komt hier neer op de verzameling van alle onvereenvoudigbare breuken waarvan de teller en de noemer nooit het getal vijf overtreffen. Slechts twee tonen uit de diatonische reeks (de b en de d, bij c als grondtoon) passen niet in de reeks van Farey, en het opvallende is, dat juist bij deze tonen ook de meeste onzekerheid bestaat in de stemming (als men niet aan gelijkzwevende temperatuur gebonden is).

Het zal na het voorgaande ook begrijpelijk zijn dat Van der Pol er de nadruk op legde dat men de onderharmonischen van een gegeven toon kan produceren met behulp van synchronisatieverschijnselen aan relaxatietrillingen. Het werd aldus mogelijk een vroeger door de muziektheoreticus Hugo Riemann uitgesproken stelling experimenteel te bevestigen, namelijk dat de kleine-tertsdrieklank beschouwd kan worden als de combinatie van de 4de, 5de en 6de onderharmonische van een gegeven toon, zoals dit voor de grote-tertsdrieklank geldt ten opzichte van de 4de, 5de en 6de bovenharmonische van een andere toon.

Van der Pol bezat het absolute gehoor, kon dus b.v. zijn viool zonder stemvork op de juiste hoogte stemmen, en het was voor hem een sportieve liefhebberij dit absolute gehoor toe te passen. Typisch voor zijn denk- en werkwijze was het, hoe hij deze liefhebberij weer uitbouwde tot een interessant onderzoek: in samenwerking met Addink werd een apparaat geconstrueerd om met behulp van een oscilloscoop de stemming van een orkest objectief tijdens een uitvoering te bepalen [24]). Bij honderden waarnemingen, zowel aan instrumenten met vaste stemming als aan orkesten, bleek de ongestreepte a in frequentie uiteen te lopen van 430 tot 447 Hz. Bovendien konden opvallende, min of meer stelselmatige, variaties van deze frequentie tijdens een uitvoering worden vastgesteld.

Zijn onderzoekingsgeest deed Van der Pol de wetenschap toepassen op het terrein van de muziek. Voor hem bestond echter een veel dieper gaande relatie tussen deze gebieden. In een zaterdagmiddagvoordracht in Teyler's Stichting te Haarlem heeft hij eens de volgende uitspraak gedaan — en we zouden dit overzicht van het veelzijdige wetenschappelijke werk van de grote geleerde die Van der Pol geweest is, nauwelijks passender kunnen besluiten dan met deze woorden van hemzelf:

> „Is er eigenlijk wel een onderscheid tussen enerzijds de inspiratie die leidt tot de conceptie van een mooi-vloeiende melodie, een pregnant thema of een kernachtige modulatie, en anderzijds de inspiratie die leidt tot de conceptie van een nieuwe, mooie, onverwachte, mathematische relatie of nieuwe wiskundige stelling? Worden beide niet op dezelfde mysterieuze wijze geboren en vorderen beide daarna niet vaak nog een moeizame uitwerking? „Kunst" komt van „kunnen", maar dit laatste is ook aan de wetenschap vooronderstelld."

[23]) B. van der Pol, Muziek en elementaire getallentheorie, Arch. Mus. Teyler **9**, 507-540, 1942.

[24]) B. van der Pol en C. C. J. Addink, Philips techn. T. **4**, 217, 1939.

Samenvatting. Het hier gegeven overzicht heeft in hoofdzaak betrekking op het werk, door Van der Pol verricht in de jaren 1922 tot 1949, toen hij verbonden was aan Philips' Natuurkundig Laboratorium te Eindhoven. Enigszins uitvoeriger worden besproken: de voortplanting van radiogolven, in het bijzonder de invloed van de aarde hierop, bij verschillende bodemgesteldheid; niet-lineaire trillingsverschijnselen (met de naar Van der Pol genoemde differentiaalvergelijking), vooral de relaxatietrillingen en de synchronisatie hiervan; inschakelverschijnselen en de operatorenrekening, die door Van der Pol, in navolging van de door hem zeer bewonderde Heaviside, als een vruchtbare heuristische — maar naderhand ook streng gefundeerde — methode werd gebruikt. Een aantal andere, door Van der Pol in zijn talrijke publikaties behandelde onderwerpen worden kort aangestipt, in het bijzonder wiskundige onderzoekingen die door radiotechnische problemen gestimuleerd waren, zoals b.v. door problemen van de frequentiemodulatie (vergelijking van Mathieu), en voorts de onderzoekingen over onderwerpen uit de zuivere wiskunde, zoals elliptische functies, getallentheorie (met de leer der priemgetallen), enz. Enkele voorbeelden illustreren ten slotte de belangstelling die Van der Pol had voor de muziek en muziektheoretische kwesties.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

LOSMAAKBARE VERBINDINGEN VOOR GLAZEN HOOGVACUÜMAPPARATUUR

door B. JONAS *) en G. SEITZ *).

666.1.037.4

In dit artikel is sprake van een interessante variant van bekende methodes voor het aaneensmelten van glazen onderdelen. De kern van de zaak is dat men een ringschijfje van metaal in de verbinding opneemt. Dit maakt het mogelijk de aaneengesmolten onderdelen in enkele seconden — en zonder beschadigen — weer los te maken.

Bij vele voortbrengsels van de industrie is het nodig dat aan het afgewerkte produkt verbeteringen, vernieuwingen of veranderingen kunnen worden uitgevoerd, wat zeggen wil dat het zonder schade van betekenis uit elkaar moet zijn te nemen. Bij elektronen- en gasontladingsbuizen is zulk een omkering van het fabricageproces niet zo maar mogelijk wegens de glazen delen die gewoonlijk een groot deel van de wand van het vacuümvat uitmaken [1]). Toch spelen losmaakbare glazen vacuümvaten een niet onbelangrijke rol, zowel in de laboratoriumtechniek (b.v. bij onderzoekingsapparaten met verwisselbare onderdelen) als bij het ontwikkelingswerk en soms ook bij produkten, als deze kostbaar zijn en slechts in kleine aantallen worden vervaardigd. Talrijk zijn de oplossingen waarmee men zich in zulke gevallen behelpt, zoals slijpstukken van diverse aard, rubber- en lakdichtingen, enz. Zulke constructies hebben o.m. het nadeel dat zij geen ontgassen bij voldoend hoge temperatuur toelaten; zij zijn dus in de regel alleen te gebruiken indien de hiermee toegeruste buizen tijdens het functioneren voortdurend met een pomp verbonden kunnen blijven.

Wij beschrijven nu een ontwikkeling die als uitgangspunt een sinds lang bekende techniek voor speciale buizen heeft, en die tot een oplossing leidt welke aan hogere eisen voldoet. Eerst in het kort iets over de oudere techniek.

Om de hier te beschouwen vacuümvaten (van hard of zacht glas) later weer uiteen te kunnen nemen, stelt men de glazen mantel samen uit twee delen die elkaar in een rondgaande naad raken. Wordt bij het vervaardigen van de buizen deze naad (gelijk een soldeervoeg) met een gemakkelijk tot vloeien te brengen smeltglas gevuld (*fig. 1*), dan kan men naderhand de verbinding losmaken door het smeltglas van de voeg weer te smelten — natuurlijk zonder de verwekingstemperatuur van het glas van de buis te overschrijden —, op volkomen dezelfde wijze als men aaneengesoldeerde metalen delen door smelten van het soldeersel van elkaar kan scheiden. Een dergelijke versmeltingstechniek is een tijdlang bij de radiobuizenfabricage belangrijk geweest. Bij de zg. „Rimlockbuizen" b.v. [2]) werden de glazen delen niet direct in de vlam aaneengesmolten, maar werd er een smeltglasverbinding gemaakt, als in fig. 1, met behulp van indirecte verhitting. Het ging er hierbij om de gloeikatode te ontzien. De kwestie van de losmaakbaarheid bleef geheel buiten beschouwing.

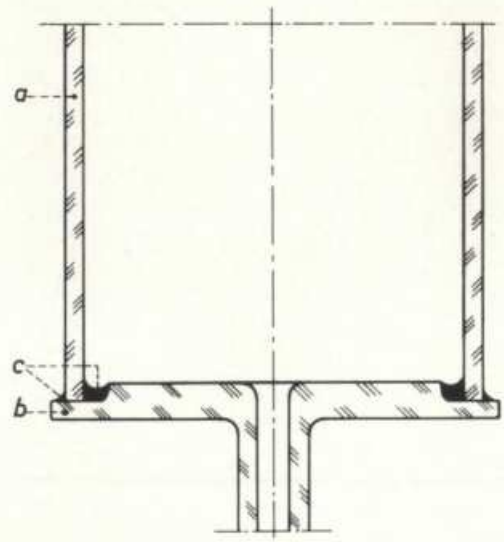


Fig. 1. Schematische voorstelling van een met behulp van smeltglas gemaakte glasverbinding. *a* cilindrische buis, *b* bodem, *c* uitgevloeid smeltglas.

Wanneer men bedenkt hoe verschillend in eigenschappen de glassoorten zijn die men bij de buizenfabricage gebruikt (zie *tabel I*), dan rijst de vraag of een dergelijke methode slechts in bijzondere

*) Zentrallaboratorium Allgemeine Deutsche Philips Industrie GmbH, Laboratorium Aachen.

[1]) Voor de tegenwoordig eveneens belangrijk geworden, doch hier niet beschouwde metalen vacuümapparatuur, zie b.v. N. Warmoltz en E. Bouwmeester, Philips techn. T. **21**, 177, 1959 (no. 6).

[2]) Zie b.v. G. Alma en F. Prakke, Philips techn. T. **8**, 289, 1946.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Tabel I. Enige gegevens met betrekking tot het aaneensmelten van glazen delen bij gebruik van smeltglas (waarbij tevens geschikte insmeltmetalen zijn vermeld). $\alpha \times 10^7$ geeft de thermische uitzetting aan tussen kamertemperatuur en de temperatuur waarbij het glas vrij van spanningen wordt, T_w is de hoogste temperatuur die de diverse soorten buisglas zonder vervorming kunnen verdragen (beantwoordend aan een viscositeit van ca. $2{,}5 \times 10^{12}$ poise), T_v is de vloeitemperatuur voor de soorten smeltglas (beantwoordend aan ongeveer 10^4 poise, d.w.z. stroperig uitvloeiend) [3].

	Buisglas				Smeltglas	
	Kwartsglas en glassoorten met uiterst hoog SiO_2- (of Al_2O_3-) gehalte	Gebruikelijke soorten hard glas (boriumsilicaatglas). Insmeltmetalen: wolfraam, fernico en molybdeen	Gebruikelijke soorten zacht glas (kalk- en loodglas). Insmeltmetalen: platina, nikkel-ijzer en chroomijzer	Soorten zacht glas met grote uitzettingscoëfficiënt (alkalirijk kalk- en loodglas). Insmeltmetalen: nikkel en ijzer	Zinkboraat-glassoorten	Lood-boraat-glassoorten
$\alpha \times 10^7$ (°C^{-1})	6 - 40	35 - 55	85 - 110	115 - 130	36 - 60	80 - 140
T_w (°C)	1300 - 700	750 - 520	600 - 450	500 - 400		
T_v (°C)					750 - 550	500 - 300

gevallen dan wel ook in het algemeen uitvoerbaar is. Om een versmelting van de boven beschreven soort mogelijk te maken, moet men letten op de volgende punten:

1) In het interval van kamertemperatuur tot de temperatuur waarbij het buisglas begint te verweken, moeten de uitzetting van het smeltglas en die van het buisglas bij elkaar passen (in eerste benadering: even groot zijn).
2) De vloeitemperatuur van het smeltglas mag niet zo hoog zijn dat het glazen lichaam door verweking zou vervormen.

Nu is het mogelijk smeltglas — op lood- of zinkboraatbasis — van elke gewenste uitzettingscoefficiënt te bereiden (mits de verlangde uitzettingscoëfficiënt niet al te klein is). Men kan dus in de meeste voorkomende gevallen aan de eerste voorwaarde voldoen. Gunstig voor het voldoen aan de tweede eis is de omstandigheid dat de soorten silicaatglas die als materiaal voor buizen dienen, alle een relatief langzame daling van de viscositeit bij stijgende temperatuur vertonen (ze zijn „lang"), zoals dat ook voor de gebruikelijke werkmethodes nodig is; de vermelde smeltglassoorten daarentegen, die om te beginnen reeds bij lagere temperaturen week worden, zijn „kort": de daling van de viscositeit bij stijgende temperatuur verloopt tamelijk steil.

Het wordt pas moeilijk om aan beide bovengenoemde eisen voor smeltglas te voldoen als het gaat om buisglas dat een laag verwekingspunt paart aan een kleine uitzettingscoëfficiënt ($\alpha = 40$ tot 45×10^{-7}), zoals die vereist is voor glassoorten waarin men doorleidingen van wolfraam wil kunnen insmelten. (Voor glassoorten met nog kleinere uitzettingscoëfficiënt zijn in het geheel geen geschikte smeltglassoorten meer bekend.)

In het voorgaande is stilzwijgend verondersteld dat er bij het verbinden of het losmaken de mogelijkheid bestaat om het vat in zijn geheel gelijkmatig op de vereiste temperatuur te brengen. Hierin steekt nauwelijks een bezwaar voor de methode als de buizen klein zijn. Hoe groter evenwel de te bewerken voorwerpen zijn, en met hen de nodige afmetingen van de oven, hoe meer last het geeft het procédé toe te passen. Het komt ook voor dat een sterke en tevens langdurige verhitting voor bepaalde onderdelen binnenin de buis ongewenst is.

In zulke gevallen zal men ernaar streven de verhitting op vloeitemperatuur te beperken tot de smeltvoeg met het daarin aanwezige smeltglas en de zones van de glazen mantel die aan weerszijden direct daarbij aansluiten. De temperatuur van de glaswand mag vanaf dit gebied slechts met een zodanig axiaal verval afnemen als bij de gegeven geometrische verhoudingen zonder sprong verdragen wordt. In de glaswand ontstaat daarbij een temperatuurverdeling ongeveer als in *fig. 2*. De toevloeiende warmtestroom is door pijlen aangegeven. De soort warmtebron doet hier niet ter zake; belangrijk is slechts dat er bij verhitting van buiten af altijd een tamelijk brede gordel van hoge temperatuur moet optreden, opdat de vloeitemperatuur bereikt kan worden over de gehele breedte van de smeltvoeg. Dit is noodzakelijk, daar anders de smeltvoeg zich niet tot aan de rand met uitgevloeid smeltglas vult en de versmelting niet goed zal slagen. Zoals uit proeven is gebleken, moet de breedte van de zone met temperaturen boven de vloeitemperatuur wel tienmaal de wanddikte bedragen.

Aan deze heetste zone grenzen dan nog aan beide

[3]) Zie b.v. G. Ch. Mönch, Neues und Bewährtes aus der Hochvakuumtechnik, Knapp, Halle a. d. Saale 1959. W. H. Kohl, Materials technology for electron tubes, Reinhold, New York 1951. J. H. Partridge, Glass-to-metal seals, Soc. of Glass Techn., Sheffield 1949.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

zijden gebieden waarin de temperatuur geleidelijk afneemt tot de grondtemperatuur, d.i. de temperatuur die de buis als geheel gedurende het verbinden (of tijdens het losmaken) mag aannemen. Hoe hoger deze grondtemperatuur tijdens het versmeltingsproces mag zijn, hoe kleiner het gevaar voor sprong

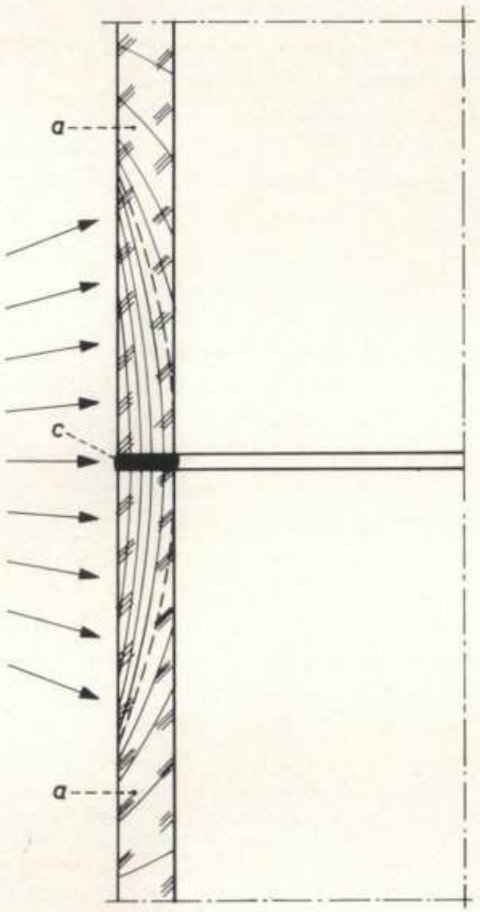


Fig. 2. Deel van een lengtedoorsnede van twee cilindrische glazen buizen die door smeltglas zijn verbonden. *a* glaswand, *c* smeltglas. In de glaswand is het verloop getekend dat de isothermen daarin hebben op het tijdstip dat een voldoende mate van vloeiing van het smeltglas is opgetreden. De isotherm van de vloeitemperatuur is gestreept aangegeven. De pijlen duiden de toevloeiende warmtestroom aan.

is. Dit is vooral van belang als het buislichaam een ongunstige vorm heeft, b.v. als het gedrongen is of platte begrenzingsvlakken loodrecht op de lengteas bezit.

Voorgaand principe geeft, zoals we gezien hebben, de mogelijkheid om glazen onderdelen te verbinden en weer zonder beschadiging te scheiden zonder dat het glas daarbij merkbaar behoeft te verweken. De methode kan evenwel niet aan de eisen voldoen als buisonderdelen in de nabijheid van de versmeltingsplaats noch een groot temperatuurverval, noch hoge temperaturen toelaten.

Men kan in dit opzicht het smeltglasprocédé aanzienlijk verbeteren door de warmtebron, waarmee de vloeitemperatuur in de smeltvoeg moet worden bereikt, *naar de smeltvoeg zelf* te verplaatsen. Men kan nl. een metalen ringschijfje, dat aan beide zijden met een laag smeltglas is bedekt, tussen de te verbinden delen aanbrengen en het daar als verwarmingselement laten dienen; verhitten is dan mogelijk langs inductieve weg of door directe stroomdoorgang. Het ringschijfje wordt door het tot vloeiing komende smeltglas met de buiswanden verbonden en maakt na afkoeling van het glas deel uit van de verbinding. De versmeltingstechniek die uit deze gedachte is voortgekomen, is in het laboratorium te Aken voor een aantal gevallen onderzocht en hieraan zijn de volgende beschouwingen gewijd.

Eerst nog enkele algemene opmerkingen over deze techniek.

De energietoevoer wordt onderbroken zodra aangenomen kan worden dat het smeltglas goed vloeiend is; deze toestand wordt al heel gauw na het begin van de verhitting bereikt. Op dit moment moeten de nodige verplaatsingen van de buisdelen worden uitgevoerd: in het geval van aaneensmelting een definitieve instelling, en in het geval van losmaken het uit elkaar trekken.

Indien men de bedekking van de ringschijf met smeltglas van te voren uitvoert, zoals boven is aangenomen, wordt de periode van hoge temperaturen aanzienlijk verkort, wat voor het versmeltingsproces zeer belangrijk is. In eenvoudige gevallen kunnen evenwel beide bewerkingen gecombineerd worden.

Het behoeft geen betoog dat het ook bij deze versmeltingstechniek voordelig en zelfs vaak noodzakelijk is, de buizen in hun geheel op een verhoogde grondtemperatuur voor te verwarmen; het procédé wordt versneld, het spronggevaar verminderd. Bij zeer grote lengte van de buizen is het natuurlijk voldoende slechts de omgeving van de verbindingsplaats voor te verwarmen. In het algemeen zal men bij het voorverwarmen een temperatuur van 300 à 350 °C niet te boven gaan; een hogere temperatuur is, zoals gezegd, vaak ongewenst met het oog op bepaalde onderdelen binnen de buis.

Tekenen we ook voor de nieuwe methode de temperatuurverdeling in de buiswand, analoog aan fig. 2, dan krijgen we ongeveer een beeld als in *fig. 3* is geschetst. De verschillen met fig. 2 vallen in het oog: de zone van de hoogste temperaturen (boven de vloeitemperatuur) is aan weerszijden van het metalen tussenvoegsel tot een smalle ring ingekrompen; de vloeitemperatuur kan overal in de voeg bereikt worden bij een aanzienlijke lagere maximale temperatuur. Een voordeel dat niet direct uit de figuur blijkt, is dat de voorgestelde toestand in enkele seconden na het beginnen van de energietoevoer bereikt kan worden. Dit betekent dat de

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

toevoer van warmte voor het verkrijgen van de vloeitemperatuur maar gering is, en dat dus het gevaarlijke temperatuurgebied in korte tijd weer verlaten kan worden. Dit is van groot belang voor versmeltingen waarbij soorten smeltglas met betrekkelijk hoge vloeitemperaturen gebruikt moeten worden, zoals b.v. bij de reeds eerder genoemde glassoorten met kleine uitzettingscoëfficiënt.

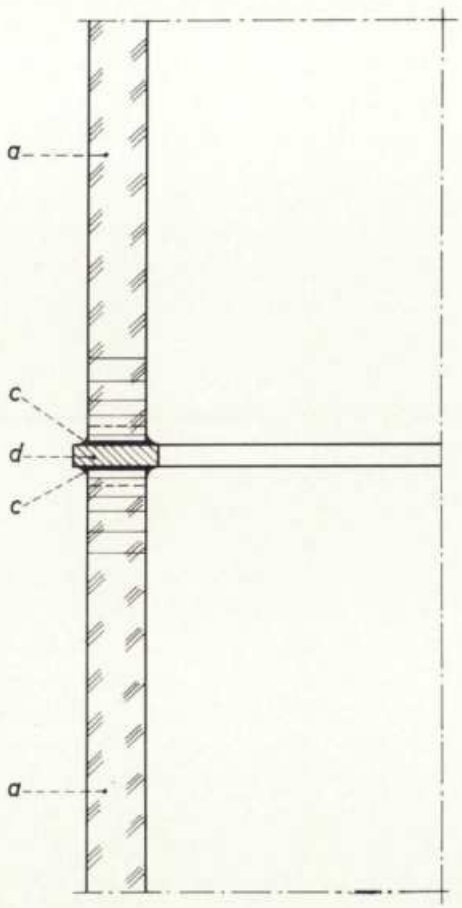


Fig. 3. Als fig. 2, maar met tussengevoegde metalen ring. *a* glaswand, *c* smeltglas, *d* metalen ringschijf. De isotherm van de vloeitemperatuur is wederom gestreept aangegeven, de overige isothermen zijn in gelijke stappen getekend als in fig. 2.

Na deze algemene schets van de methode zullen we nog even ingaan op enige details, o.a. de keuze van de materialen. Zoals in de overzichtstabel I is aangegeven, beschikt men bijna bij iedere waarde van de uitzettingscoëfficiënt die voor de praktijk van de buizenfabricage in aanmerking komt, over verschillende metaal-glascombinaties, waarvan de partners in uitzetting bij elkaar passen. De versmelting van twee van zulke materialen, mits op de juiste wijze gekoeld, is geheel of bijna geheel zonder spanningen en daardoor niet geneigd tot springen. De volgens de tabel geselecteerde insmeltmetalen zijn zonder meer ook bruikbaar voor de verwarmingsring van de besproken versmeltingstechniek, daar de eisen in beide gevallen dezelfde zijn. Het spreekt vanzelf dat de kunstgrepen die in de praktijk soms nodig zijn voor de verschillende metalen en legeringen, b.v. maatregelen ter bestrijding van belletjesvorming of ter verbetering van de hechting aan het glas, hier ook vereist zijn, en wel vóór de boven vermelde voorbereidende bedekking van de ring met smeltglas.

Het is reeds enkele malen naar voren gebracht dat een versmelting van glazen delen met behulp van smeltglas alleen slaagt als de hierbij betrokken materialen in hun gedrag bij uitzetting aan tamelijk strenge eisen voldoen. Indien het er echter om gaat glas aan metaal te smelten, wat bij de buizenfabricage ook veel wordt gedaan, zullen in bepaalde gevallen wel aanzienlijke verschillen in uitzetting veroorloofd zijn. Men kan nl. in dat geval het optreden van sprong vermijden door gebruik te maken van een metalen onderdeel dat plastisch vervormbaar is, waardoor het verschillen in uitzetting kan vereffenen. Een dergelijke methode vergt lage waarden voor de vloeigrenzen van het aansmeltmetaal (zie *tabel II*) en vereist bovendien een constructie waarbij de optredende krachten in grootte beperkt worden (kleine doorsnede van het metaal) en trekspanningen in het glas vermeden worden [4]). Koper, goud en zilver voldoen

Tabel II. Vloeigrenzen bij kamertemperatuur van enige metalen die voor insmelten zijn te gebruiken. Bij hogere temperaturen zijn deze waarden voor de weke metalen nog aanzienlijk lager.

Insmeltlegeringen	30 - 50	kg/mm²
Koper (techn.)	ca. 15	kg/mm²
Koper (OFHC)	ca. 6	kg/mm²
Aluminium (99,99%)	ca. 2,7	kg/mm²

hier heel goed. Als men koper op geschikte wijze vooraf behandelt, is ook de hechting aan glas zeer goed, en het is dan ook met alle harde en zachte glassoorten te gebruiken; voorwaarde is slechts dat de temperatuur van bewerking beneden het smeltpunt van het koper ligt, en dat sterke oxydatie vermeden kan worden.

Aan de zojuist genoemde voorwaarden kan bijzonder gemakkelijk worden voldaan als men het principe van het „vloeiende" metaal op de hier behandelde smeltglasmethode toepast. Dan kan immers met betrekkelijk lage temperatuur gewerkt worden, en buitendien in elke gewenste atmosfeer. En inderdaad, bij het combineren van beide methodes komen

[4]) Vgl. hiervoor J. L. Ouweltjes, W. Elenbaas en K. R. Labberté, Philips techn. T. **13**, 61, 1951, in het bijzonder fig. 7, en B. Jonas, Philips techn. T. **3**, 120, 1938.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

in de praktijk opvallende voordelen aan de dag. Om te beginnen: er voegt zich bij het kleine aantal bruikbare metalen, als waardevolle aanvulling, het aluminium. Dit metaal hecht uitstekend aan glassoorten die gemakkelijk tot vloeien zijn te brengen en bezit ook verder opmerkelijk goede eigenschappen voor een materiaal in de hoogvacuümtechniek; voor directe versmelting met glas kwam het echter niet in aanmerking wegens het lage smeltpunt (657 °C). Dit is overigens ook nu weer de beperkende factor: aluminium kan alleen voor zachte glassoorten gebruikt worden, daar de vloeitemperaturen van de tot nu toe bekende soorten smeltglas voor hard glas te dicht tot het smeltpunt van aluminium naderen of zelfs erboven liggen.

Een ander voordeel is dat, als men van vloeiende metalen gebruik maakt en de ringschijven aanbrengt als in fig. 3, het metalen tussenvoegsel niet zeer dun behoeft te zijn (zoals men zou verwachten). Is het tussenvoegsel van zuiver koper, dan mag het een dikte hebben van 1 tot 1,5 mm; is het van zuiver aluminium, dan is een dikte van 2 tot 3 mm geoorloofd. De ringschijven zijn in dat geval zeer goed hanteerbaar, mechanisch zowel als thermisch. Nog gunstiger zijn de afmetingen als het cilindrische versmeltingen betreft (op de wijze van de aansmeltingen volgens Housekeeper[5]). Voor het overige zal het duidelijk zijn dat de ringen dikker mogen zijn naarmate het gebruikte metaal zuiverder en dus weker is. Terloops slechts zij vermeld dat een niet te geringe dikte van de ringschijf ook nog voordelig is omdat het verbinden van glazen delen van zeer verschillende uitzettingscoëfficiënt erdoor wordt mogelijk gemaakt.

Fig. 4a-d toont een aantal glasverbindingen die op de beschreven wijze zijn gemaakt.

Wij willen niet verzwijgen dat de weke metalen met grote, afwijkende uitzettingscoëfficiënt ook een nadeel bezitten ten opzichte van metalen en legeringen met bij het glas passende

[5]) Zie b.v. het in [3]) aangehaalde boek van Partridge, blz. 160 e.v., en dat van Kohl, blz. 60 e.v.

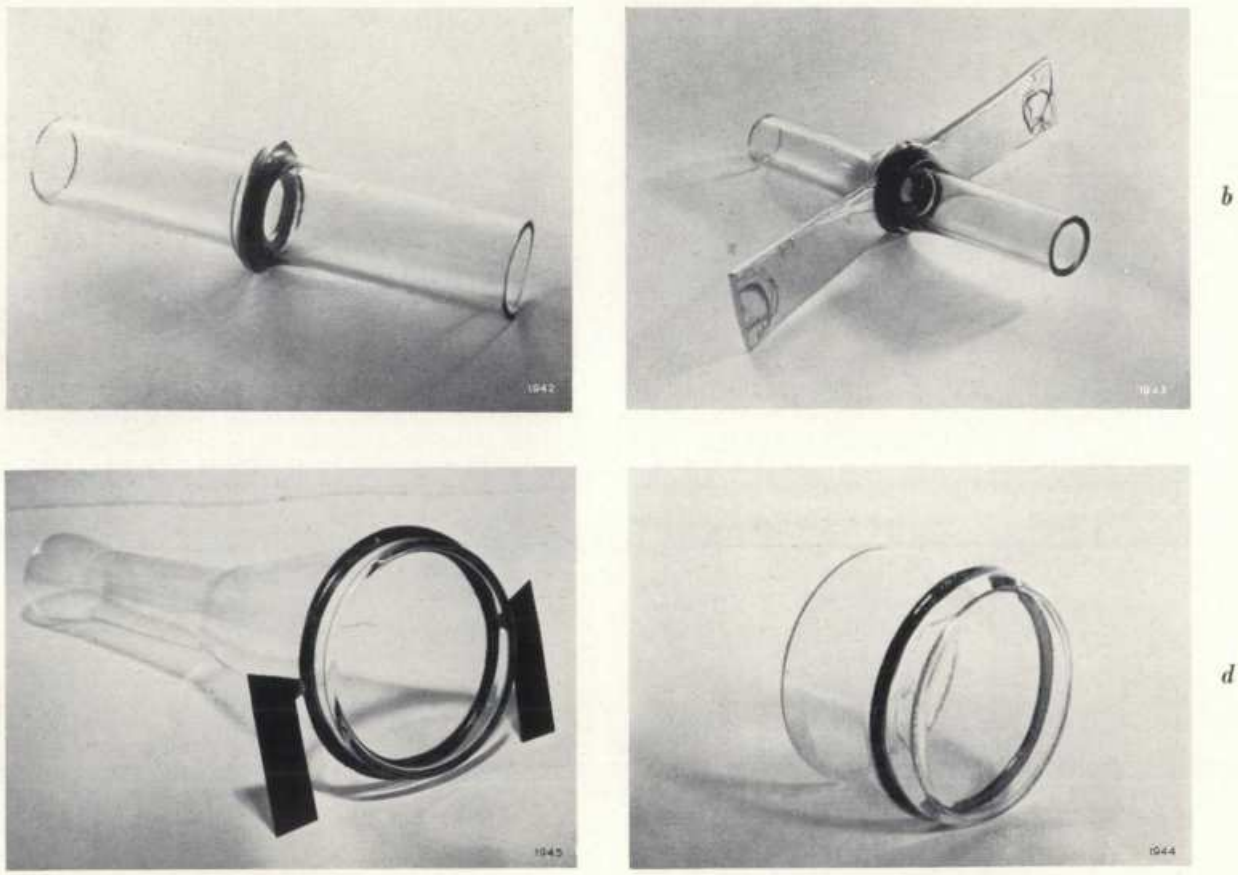


Fig. 4. Enige hoogvacuümverbindingen van glazen delen die volgens de beschreven methode zijn vervaardigd.
a) Flensbuizen van zacht glas met koperen ring.
b) Flensbuizen van zacht glas met aluminium ring. De aluminiumvleugels dienen voor stroomtoevoer bij de verhitting door directe stroomdoorgang.
c) Versmelting van kom en buis met koperen ring en uitstekende vleugels voor stroomtoevoer (zacht glas).
d) Versmelting van kom en buis met fernico-achtige legering (hard glas).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

uitzettingen. Bij gebruik van laatstgenoemde is men zeer vrij in de vorm van uitvoering; in het eerste geval daarentegen is men gebonden aan een constructievorm die buiten- en binnenranden onbedekt laat, zoals in fig. 3. De weke metalen met grote uitzettingscoëfficiënt zijn dus niet bruikbaar indien men — b.v. om redenen van isolatie — een volledige omhulling verlangt. Zelfs een plaatselijk overvloeien van smeltglas leidt gemakkelijk tot springen. De oorzaak hiervan is kennelijk dat het glas in zo'n geval het plastische vloeien belemmert. Dan zullen, wegens de zeer kleine compressibiliteit van vaste lichamen, reeds kleine verschillen in uitzetting het optreden van zeer grote krachten veroorzaken, en op bepaalde kritieke plaatsen, b.v. aan de randen, zal het glas of het metaal zelf, of de hechting tussen beide, niet tegen deze krachten bestand zijn.

Indien uitstekende randen toegestaan zijn, is een uitvoering als in *fig. 5* voordelig — in het bijzonder bij betrekkelijk zwakke buiswanden —: de flenzen van het buislichaam maken het gebruik mogelijk van ringschijven van grote materiaaldoorsnede (zie ook fig. 4*a* en *b*).

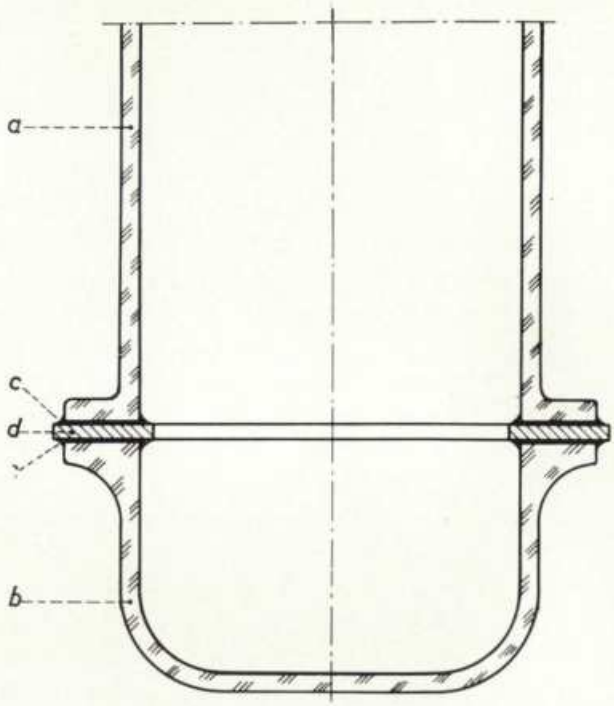


Fig. 5. Door kom afgesloten buis. *a* glazen buis met flens, *b* kom met flens, *c* smeltglas, *d* metalen ringschijf.

Het uitgangspunt van de voorafgaande beschouwingen was de vraag of het mogelijk is glasverbindingen voor vacuümtechnische doeleinden te maken die aan enkele tegenstrijdige eisen voldoen. Ze dienen de vereiste pomptemperaturen te kunnen verdragen, ze moeten mogelijk maken dat de buizen in afgesmolten toestand hun functie kunnen verrichten, en ze moeten zonder noemenswaardige beschadiging en zonder blootstelling aan hoge temperaturen losgemaakt kunnen worden. Het onderzoek in hoeverre het doel door het gebruik van smeltglas bereikt kan worden als men daarbij de warmtebron verplaatst naar de versmeltingsnaad, heeft hier tot beschouwingen gevoerd die ook van meer algemeen belang zouden kunnen zijn. Bijzonderheden over de methode, b.v. de nadere keus van smeltglassoorten voor hard en zacht glas, van insmeltlegeringen voor de verschillende soorten hard glas, enz., zouden ons hier te ver voeren.

Samenvatting. In de beschreven techniek voor het vacuümdicht aaneensmelten van glazen onderdelen wordt gebruik gemaakt van een ringschijfje van metaal waarop aan weerskanten een geschikt smeltglas is aangebracht. Door verhitten van het metaal, b.v. langs inductieve weg, brengt men het smeltglas tot vloeien, waarna de voorverwarmde glazen delen van weerskanten ertegen worden gedrukt. Door deze plaatsing van het verwarmingslichaam ontstaat een gunstige verdeling van de temperatuur, waarbij het gebied van hoge temperatuur (en grote temperatuurgradiënt) beperkt is tot de onmiddellijke nabijheid van de verbindingsplaats. Bovendien worden de toegevoegde hoeveelheid warmte en de vereiste tijd minimaal. Doordat het metalen ringschijfje in de verbinding blijft opgenomen, kan het naderhand als plaatselijke verwarmingsbron fungeren wanneer men de verbinding zonder beschadigen wil losmaken. Een bijkomend voordeel is dat het ringschijfje, indien het uit een week metaal bestaat, dank zij de plastische vervormbaarheid ervan vrij grote verschillen in uitzettingscoëfficiënt toelaat tussen de te verbinden glazen onderdelen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

OVERZICHT VAN RECENTE WETENSCHAPPELIJKE PUBLIKATIES DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

Van deze publikaties, voor zover niet met een sterretje * gemerkt, verstrekt de Administratie van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven, op aanvraag overdrukken.

Hier volgen eerst de samenvattingen van de publikaties ***2679-2683****, die abusievelijk nog niet werden geplaatst.*

2679: H. J. G. Meyer: Infrared absorption by conduction electrons in germanium (Phys. Rev. **112**, 298-308, 1958, no. 2).

Ontwikkeling van een quantummechanische theorie die de absorptie van infrarode straling door beweeglijke ladingdragers in halfgeleiders in verband brengt met de bandenstructuur en met de verschillende verstrooiingsmechanismen. In de theorie wordt de multivalleistructuur van de geleidingsband in rekening gebracht. Gebruik makend van de theorie voor de verstrooiing waarbij men een deformatiepotentiaal invoert, kan de berekening zonder noemenswaardige verwaarlozingen worden uitgevoerd voor alle golflengten en temperaturen die in aanmerking komen. Het resultaat voor de absorptie door de normaaltrillingen van de akoestische tak bevat de twee deformatiepotentiaalconstanten. Als men de bekende waarden van deze constanten invult, vindt men echter voor de absorptiecoëfficiënt bij een golflengte van 10^{-3} cm en een temperatuur van 78 °K een waarde die een factor 5 te laag is, vergeleken met de waarde die Fan en Spitzer experimenteel hebben bepaald. Men kan deze discrepantie opheffen door aan te nemen dat ook de normaaltrillingen van de optische tak invloed hebben. Men kan dan een schatting maken van de sterkte der wisselwerking tussen een geleidingselektron en deze optische normaaltrillingen. Er wordt ook voor een eenvoudiger model een schatting gemaakt van de invloed die verstrooiing aan onzuiverheden op de absorptieconstante heeft. Met behulp van deze schatting worden gebieden van concentraties der onzuiverheden, van golflengten, en van de temperatuur aangegeven waarin de verstrooiing aan onzuiverheden mag worden verwaarloosd. De algemene grenzen van geldigheid van de theorie worden genoemd.

2680: H. Groendijk: Microwave triodes (Proc. Instn. Electr. Engrs. **105 B**, suppl. no. 10, 577-582, 1958).

De auteur zet de grondslagen uiteen van de constructie van schijftriodes voor het frequentiegebied rond 4 GHz. Deze buizen worden in relaisstations voor straalzenderverbindingen voor televisie en draaggolftelefonie gebruikt als versterkbuis, als lokale oscillatorbuis en als zendbuis. De algemene bouw van een schijftriode wordt beschreven en de voordelen van het gebruik in roosterbasisschakeling worden uiteengezet. De buizen moeten zo worden geconstrueerd dat het produkt van de vermogensversterking G en de bandbreedte f_b zo groot mogelijk is. Dit produkt is omgekeerd evenredig met de looptijd der elektronen. Korte looptijden worden bevorderd door grote stroomdichtheid, uiterst dunne roosterdraden en kleine afstand tussen rooster en katode. De waarden van ingangsdemping en transadmittantie, die voorkomen in de uitdrukking die wordt afgeleid voor het produkt $G \times f_b$, wijken — als gevolg van looptijdeffecten — bij 4 GHz aanzienlijk af van de waarden bij frequentie nul, maar de afwijkingen compenseren vrijwel elkaars invloed. Er wordt nog aangegeven welke factoren aan de bereikbare frequentie een bovenste grens stellen.

Van de problemen die bij de toepassing optreden worden behandeld: de ruisfactor, de variatie in de groeplooptijd binnen het gebruikte frequentiegebied, en de beïnvloeding van de faze door een ongewenste amplitudemodulatie van de in frequentie gemoduleerde draaggolf (Engels: „amplitude-phase conversion"). De resultaten van metingen hierover aan de triode EC 57 worden meegedeeld. Over andere buizen voor 4 en 6 GHz, die nog in ontwikkeling zijn, worden gegevens verstrekt. Zie ook Philips techn. T. **18**, 321-328, 1957; **19**, 149-161, 1958, en **21**, 182-186, 1959 (no. 6).

2681: J. Halberstadt: Some experiments with radioactive preparations of 2,4,5,4'-tetrachlorodiphenylsulphone, a new acaricide (Meded. Landbouwhogesch. Opzoekingsstat. Gent **23**, 788-794, 1958, no. 3/4).

Zie Philips techn. T. **21**, 242-245, 1959 (no. 8/9).

2682: W. Duyfjes: Some problems in pesticide formulation (Meded. Landbouwhogesch. Opzoekingsstat. Gent **23**, 837-845, 1958, no. 3/4).

Beschouwingen over het formuleren (d.i. het brengen in een bruikbare vorm als suspensie, emulsie, spuitpoeder enz.) van pesticiden, dus van chemische bestrijdingsmiddelen tegen insecten, mijten, schimmels en onkruid. Speciaal worden behandeld pesticiden die met water verspoten worden. De auteur betoogt dat voor ieder pesticide een afzonderlijk onderzoek nodig is om de beste formulering te bepalen. Bij de beoordeling van de formulering is het niet voldoende, alleen te letten op de fysische en chemische eigenschappen, zoals de stabiliteit van suspensies of emulsies; de formulering moet vooral op zijn biologische merites worden getoetst. Soms geven namelijk formuleringen met minder gunstige fysich-chemische eigenschappen de beste biologische resultaten, en omgekeerd. Voorbeelden worden gegeven. Zie ook Philips techn. T. **19**, 170-181, 1957.

2683: J. H. Stuy: Nuclei acid synthesis in ultraviolet-irradiated Bacillus cereus (J. Bacteriol. **76**, 668-669, 1958, no. 6).

Voortgezet onderzoek naar de functie van nucleïnezuren bij de fysiologische processen in bacteriën (zie ook no. **2635**). Kelner heeft vastgesteld dat ultraviolette straling de vorming van desoxyribonucleïnezuur (DNA) door het organisme stopzet. Enige tijd na beëindiging van de bestraling kan de vorming van DNA weer op gang komen. Deze publikatie betreft een onderzoek naar de samenstellingen van DNA en RNA (ribonucleïnezuur) zoals deze, na een bestraling, in Bacillus cereus p2 werden gevormd. Met de toegepaste, betrekkelijk ruwe, chemische methodes van onderzoek werd geen verschil geconstateerd met het DNA en het RNA zoals deze vóór de bestraling werden gevormd. Het probleem in hoeverre het na bestraling in deze bacterie gevormde DNA in biologisch opzicht toch anders is dan het normaal gevormde DNA, zal nader worden onderzocht.

2697: A. Claassen en L. Bastings: The gravimetric determination of nickel with dimethylglyoxime in the presence of copper (Z. anal. Chemie **165**, 354-360, 1959, no. 5).

Door uitvoerige proeven werd een methode ontwikkeld ter vermijding van storing door koper bij gravimetrische nikkelbepalingen met behulp van dimethylglyoxim. Bedoelde storing wordt vermeden door het neerslag te laten ontstaan in een oplossing die tartraat en thiosulfaat bevat bij een p_H van 5,5-6,5. De oplosbaarheid van het nikkeldimethylglyoxim-complex werd bepaald als functie van temperatuur, p_H en alcoholconcentratie.

2698: P. B. Braun en J. L. Meijering: The copper-rich part of the copper-barium system (Rec. Trav. chim. Pays-Bas **78**, 71-74, 1959, no. 1).

Onderzoek van het systeem Cu-Ba tot 75 gew.-% Ba door middel van thermische analyse en röntgenstralen. Bij 675 °C bestaat een peritectisch evenwicht van drie fazen Cu + vloeibare faze $\rightleftarrows$ $Cu_{13}Ba$. De verbinding $Cu_{13}Ba$ heeft dezelfde structuur als KZn_{13}. Bij 550 °C bestaat een eutectisch evenwicht van drie fazen: vloeibare faze $\rightleftarrows$ $Cu_{13}Ba$ + Cu_xBa_y. Experimentele moeilijkheden beletten de bepaling van samenstelling en structuur der verbinding Cu_xBa_y. Het artikel bevat het toestandsdiagram van het onderzochte systeem.

2699: W. Kwestroo: Spinel phase in the system MgO-Fe_2O_3-Al_2O_3 (J. inorg. nucl. Chem. **9**, 65-70, 1959, no. 1).

Thermische analyse en röntgenonderzoek van het ternaire systeem MgO-Fe_2O_3-Al_2O_3 bij 1250 en 1400 °C. De kennis der binaire randsystemen, die reeds lang geleden onderzocht zijn, wordt nog enigszins uitgebreid. Het ternaire diagram vertoont een groot gebied waarin de spinelstructuur optreedt. Dit gebied was bij 1400 °C groter dan bij 1250 °C. Met analytische methodes en door metingen van de elektrische weerstand werd vastgesteld dat de preparaten geen Fe^{2+}-ionen bevatten; de

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

gelijkstroomweerstand was namelijk zeer hoog. De fysische eigenschappen wijken niet veel af van die van vroeger onderzochte soorgelijke systemen. Vervanging van Al^{3+}-ionen in de spinelfaze door Fe^{3+}-ionen verkleint de verzadigingsmagnetisatie en verlaagt de curietemperatuur. Verhoging van het gehalte Fe_2O_3 in de spinelfaze gaat gepaard met vergroting van de verzadigingsmagnetisatie en verhoging van de curietemperatuur. In verband met dit onderzoek werd ook de samenstelling die overeenkomt met het mineraal „hoegbomiet" bestudeerd. De mogelijke kristalstructuur hiervan wordt besproken.

2700: J. Goorissen en F. Karstensen: Das Ziehen von Germanium-Einkristallen aus dem „schwimmenden Tiegel" (Z. Metallk. **50**, 46-50, 1959, no. 1).
Zie Philips techn. T. **21**, 189-199, 1959 (no. 7).

2701: H. J. G. Meyer: Theory of infrared absorption by conduction electrons in germanium (Phys. Chem. Solids **8**, 264-269, 1959).

Ontwikkeling van een theorie van de absorptie van infrarode straling door geleidingselektronen in een halfgeleider. In deze theorie wordt, zonder invoering van ingrijpende benaderingen, de invloed in rekening gebracht van verstrooiing door roostertrillingen van de akoestische en van de optische tak, mits slechts verstrooiing in de directe omgeving van een enkel energieminimum optreedt. Indien nog een schatting wordt gemaakt van de verstrooiing door onzuiverheden, kunnen, door vergelijken van de theorie met experimenteel verkrijgbare gegevens, waarden worden afgeleid voor de constanten van de akoestische en de optische deformatiepotentiaal. Uit beschikbaar experimenteel materiaal werd de laatste der genoemde constanten inderdaad berekend. De algemene grenzen van geldigheid der theorie worden aangegeven.

2702: K. W. van Gelder: Fabricagebeheersing, I. Procesnauwkeurigheid en het stellen van toleranties. (Sigma **5**, 15-19, 1959, no. 1.)

Eerste van een tweetal artikelen (zie no. **2719** voor het tweede artikel) waarin de schrijver tracht het inzicht in het wezen van fabricageprocessen, verkregen door analysering van zulke processen, te bundelen met statistische inzichten, om zo te komen tot fabricage beheersing. Dit eerste artikel bevat allereerst een eenvoudig praktijkvoorbeeld van een procesanalyse (het persen en het daarop volgende centerloze slijpen van spoelkokers van kunststof) en laat vervolgens zien welke lering hieruit te trekken valt wat betreft de keuze van grootte en ligging van het tolerantiegebied. Dit wordt bij een tweede voorbeeld nader uitgewerkt. Ten slotte worden gecompliceerde gevallen behandeld, waarbij zg. samengestelde toleranties optreden.

2703: G. H. Jonker: Analysis of the semiconducting properties of cobalt ferrite (Phys. Chem. Solids **9**, 165-175, 1959, no. 2).

Uit metingen van soortelijke weerstanden, activeringsenergieën en thermospanningen voor $CoFe_2O_4$ is een schema van energieniveaus afgeleid dat in overeenstemming is met de halfgeleidereigenschappen van dit ferriet. Deze eigenschappen verschillen aanzienlijk van die van normale halfgeleiders. De oorzaak hiervan is dat de ladingdragers zich niet vrij door het kristalrooster kunnen bewegen, maar van ion tot ion springen.

2704: M. J. Sparnaay: On the additivity of London-Van der Waals forces (Physica **25**, 217-231, 1959, no. 3).

Berekeningen over de additiviteit van vanderwaalskrachten tussen twee groepen van atomen (b.v. twee deeltjes in een colloïdale oplossing). De atomen worden opgevat als isotrope harmonische oscillatoren. Uit de berekeningen volgt dat 10 tot 30% afwijking van de additiviteit kan optreden als men slechts dipoolwisselwerking tussen de oscillatoren van dezelfde groep aanneemt. Een betrekkelijk groot effect kan worden verwacht als de plaatsing der oscillatoren in een groep slechts geringe symmetrie vertoont; bovendien hangt het effect af van de onderlinge positie van de twee groepen.

2705: G. Diemer en P. Zalm: The role of exhaustion barriers in electroluminescent powders (Physica **25**, 232, 1959, no. 3).

Korte mededeling omtrent de verklaring van de rol die barrières van Mott-Schottky spelen bij elektroluminescentie. Aanleiding tot deze mededeling waren recente publikaties waaruit bleek dat deze verklaring onder de onderzoekers op dit gebied nog geen gemeengoed is geworden.

2706: D. J. Kroon en C. v. d. Stolpe: Positions of protons in aluminium hydroxides derived from proton magnetic resonance (Nature **183**, 944-945, 1959, no. 4666).

Korte mededeling over een onderzoek met behulp van kernspinresonantie naar de plaats van de protonen in de aluminiumhydroxydes hydrargilliet (γ-$Al(OH)_3$), boehmiet (γ-AlOOH) en bayeriet (α-$Al(OH)_3$). Zie ook Philips techn. T. **21**, 278-292 1959, (no. 10).

2707: F. K. Lotgering: Topotactical reactions with ferrimagnetic oxides having hexagonal crystal structures, I. (J. inorg. nucl. Chem. **9**, 113-123, 1959, no. 2.)

Beschrijving van een nieuwe methode om keramische ferromagnetische materialen te richten. Zij berust op het verschijnsel dat bij een chemische reactie tussen vaste stoffen de kristaloriëntatie van het reactieprodukt gecorreleerd kan zijn met die van een der uitgangsstoffen. Voor dit verschijnsel stelt de auteur de naam „topotaxie" voor. Volgens de topotactische methode zijn gerichte monsters bereid van $Ba_3Co_\delta Zn_{2-\delta}Fe_{24}O_{41}$, $BaCo_\delta Zn_{2-\delta}Fe_{16}O_{27}$, $Ba_2Zn_2Fe_{12}O_{22}$ en $BaCo_\delta Ti_\delta Fe_{12-2\delta}O_{19}$, allemaal stoffen die verwante hexagonale kristalstructuren bezitten. Ook zijn enige ferrieten met de kubische spinelstructuur bereid. Zie ook Philips techn. T. **20**, 367-369, 1958 (no. 12).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!